

# 再谈双重有效应力

## ——对《双重有效应力再认识及其综合作用》一文的讨论与分析

李传亮\*, 朱苏阳

西南石油大学石油与天然气工程学院, 四川成都 610599

\* 通信作者, cllipe@qq.com

收稿日期: 2019-08-28

本文由国家重大专项“大庆长垣特高含水油田提高采收率示范工程”(2016ZX05054)资助

**摘要** 有效应力是多孔介质力学的基础概念, 固体力学的理论通过有效应力应用于多孔介质, 产生了多孔介质力学。但是, 不同学者在不同条件下提出的有效应力有所不同, 这就给有效应力的应用带来了不确定性。目前已提出了3个典型的有效应力: Terzaghi有效应力、Biot有效应力和双重有效应力。Terzaghi有效应力是针对疏松土介质提出的第一个有效应力, 催生了土力学的诞生, 它仅适用于极其疏松的多孔介质, 不适用于致密介质的力学行为研究。Biot有效应力是对Terzaghi有效应力的修正, 由于Biot系数没有明确的物理意义, 又通常取经验值, 因此Biot有效应力公式是一个经验公式。双重有效应力是在介质变形机制基础上提出的有效应力概念。多孔介质存在两种基本的变形机制: 本体变形和结构变形。与此相对应, 多孔介质存在两个有效应力: 本体有效应力和结构有效应力。本体有效应力决定多孔介质的本体变形, 结构有效应力决定多孔介质的结构变形。双重有效应力考虑了多孔介质的物质结构, 引入了多孔介质的物性参数, 参数取不同的数值, 可用于不同的介质类型。毛博士提出的新双重有效应力概念定义不严谨, 科学性不强, 无法通过实践检验。多孔介质的孔隙压缩系数与孔隙度不是负相关, 而是正相关。

**关键词** 多孔介质; 岩石; 土; 有效应力; Terzaghi; Biot; 双重有效应力

## Discussion of dual effective stresses in porous media

### —Analysis on the paper of Re-recognition of dual effective stresses and the comprehensive effect

LI Chuanliang, ZHU Suyang

Petroleum Engineering School, Southwest Petroleum University, Chengdu 610599, China

**Abstract** Effective stress is a fundamental concept of the mechanics of porous media, through which the theory of solid mechanics is applied to porous media. However, the effective stresses proposed by different researchers are quite different, which brings about uncertainty to the application of effective stress. Three typical effective stress approximations have been proposed so far. These are Terzaghi's effective stress, Biot's effective stress and dual effective stresses. Terzaghi's effective stress was

引用格式: 李传亮, 朱苏阳. 再谈双重有效应力——对《双重有效应力再认识及其综合作用》一文的讨论与分析. 石油科学通报, 2019, 04: 414-429  
LI Chuanliang, ZHU Suyang. Discussion of dual effective stresses in porous media—Analysis on the paper of Re-recognition of dual effective stresses and the comprehensive effect. Petroleum Science Bulletin, 2019, 04: 414-429. doi: 10.3969/j.issn.2096-1693.2019.04.037

the first concept of effective stress proposed for soil, which brought about the birth of soil mechanics. Terzaghi's effective stress is only applicable to extremely loose material and is not applicable to the study of the mechanical performance of tight media. Biot's effective stress is a modification to Terzaghi's effective stress. Because Biot's coefficient has no clear physical meaning and usually takes empirical values, Biot's effective stress equation is only an empirical equation. Dual effective stresses are proposed based on the deformation mechanism of porous media. There are two basic types of deformation for porous media: primary deformation and structural deformation, and correspondingly, there are two effective stresses for porous media. These are the primary effective stress and the structural effective stress. The primary effective stress determines the primary deformation of porous media, and the structural effective stress determines the structural deformation of porous media. Dual effective stresses take in account the physical properties of porous media and take the physical parameters of porous media into the formula, which can be applicable to different media as the physical parameters take different values. The concepts of new dual effective stresses proposed by Dr Mao are loosely defined and are scientifically weak, and they cannot pass practical tests. For example, the pore compressibility of porous media is not negatively but positively correlated with porosity.

**Keywords** porous media; rock; soil; effective stress; Terzaghi; Biot; dual effective stresses

**doi:** 10.3969/j.issn.2096-1693.2019.04.037

## 0 引言

多孔介质就是带有孔隙的固体，其中的孔隙并不是物质，而是多孔介质的存在形式。岩石、土壤、动植物机体等都是多孔介质。多孔介质本质上仍属于固体，但因带有孔隙，其力学性质又与普通(纯)固体有着很大的差别，固体力学的许多理论都不能直接应用于多孔介质。为了应用固体力学的理论研究多孔介质的力学行为，人们提出了有效应力的概念<sup>[1]</sup>。有了有效应力作为桥梁和纽带，固体力学的许多理论就可以应用于多孔介质了。因此，有效应力是多孔介质力学的基础概念，整个多孔介质力学都是建立在有效应力基础之上的，也可以说，没有有效应力就没有多孔介质力学。

但是，如何构建有效应力却是一个十分复杂的问题，不同学者在不同条件下提出了不同的有效应力形式。K.Terzaghi(1923)针对疏松的土介质提出了第一个有效应力<sup>[1]</sup>，后人称之为Terzaghi有效应力。Terzaghi有效应力催生了土力学的诞生，在水坝、电站、基础工程等建设中发挥了积极的作用，K.Terzaghi也因此成为了世界21位著名的力学家之一<sup>[2]</sup>。

M.Biot(1941)提出了第二个有效应力<sup>[3]</sup>，后人称之为Biot有效应力。Biot有效应力是对Terzaghi有效应力的修正，其他人对Terzaghi有效应力的修正与Biot类似，只是修正系数的取值不同而已。土力学和岩石力学是两门重要的自然科学学科，属于多孔介质力学的两个重要分支。

笔者在深入研究了多孔介质的变形机制之后，于1999年提出了双重有效应力的概念<sup>[4-5]</sup>。根据双重有效应力理论，多孔介质存在两种基本的变形方式：本

体变形和结构变形；与之相对应，多孔介质存在两个有效应力：本体有效应力和结构有效应力。双重有效应力的提出，为多孔介质力学的发展起到了积极的推动作用：岩石强度条件分析得到了改进<sup>[6]</sup>，建立了岩石压缩系数测量新方法<sup>[7-10]</sup>，岩石应力敏感评价方法得到了改进<sup>[11-12]</sup>，多孔介质的流变模型得到了改进<sup>[13]</sup>，油井压裂过程中地层岩石的破裂压力公式得到了统一<sup>[14-15]</sup>，许多奇妙的新理论都已在双重有效应力的支撑下浮出了水面。

然而，有些人对双重有效应力不够理解，进而对其提出了质疑。洪亮博士曾撰文对其进行质疑<sup>[16]</sup>，笔者也进行了回应<sup>[17]</sup>。最近，毛小龙博士也撰文对其进行质疑<sup>[18]</sup>，并提出了新的双重有效应力，为了让大家更好地理解多孔介质的双重有效应力，笔者在此与毛小龙博士作如下商榷。

## 1 多孔介质的变形机制

根据形成方式可以把多孔介质分成两大类<sup>[5]</sup>：一类是在已有固体中建造孔隙而形成的次生多孔介质(图1)，另一类是由碎屑颗粒堆积而成的原生多孔介质

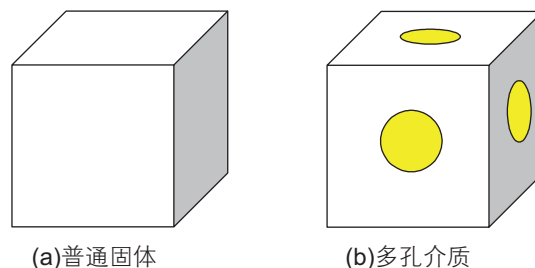


图1 次生多孔介质形成示意图

Fig. 1 Formation of secondary porous media

(图2)。它们的力学机制是一样的,为了叙述方便,下面仅以原生多孔介质为研究对象。

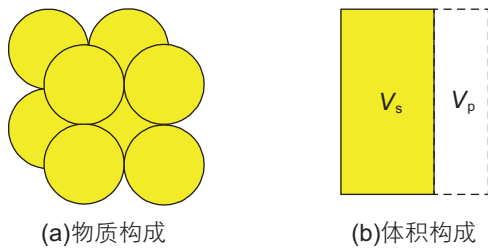


图2 原生多孔介质构成图

Fig. 2 Composition of primary porous media

多孔介质的固体部分被称作骨架,其余部分被称作孔隙(空隙)。骨架颗粒有线元体、面元体和粒元体等多种复杂的几何形态。孔隙的几何形态也极其复杂,但大致可分为孔、洞、缝三种。多孔介质有3个体积:骨架体积、孔隙体积和外观体积,而普通固体却只有一个体积。图2a为多孔介质的物质构成图,图2b为多孔介质的体积构成图。

多孔介质的3个体积满足下式

$$V_s + V_p = V_b \quad (1)$$

式中,  $V_s$  为骨架体积,  $\text{m}^3$ ;  $V_p$  为孔隙体积,  $\text{m}^3$ ;  $V_b$  为外观体积,  $\text{m}^3$ 。

孔隙体积与外观体积的比值,定义为多孔介质的孔隙度(空隙率),即

$$\phi = \frac{V_p}{V_b} \quad (2)$$

式中,  $\phi$  为孔隙度,小数。

孔隙度是多孔介质最重要的物性参数,它反映了多孔介质的孔隙发育程度和储集能力。根据孔隙度的数值可以对多孔介质进行分类<sup>[9]</sup>:当  $\phi < 0.3$ , 为致密介质;当  $\phi = 0.3 \sim 0.9$ , 为疏松介质;当  $\phi > 0.9$ , 为纤维介质。当  $\phi = 0$ , 为纯固体;当  $\phi = 1$ , 为虚空。纯固体和虚空为多孔介质的两个极端。因此,孔隙度把多孔介质与普通固体统一了起来。

多孔介质的变形是通过骨架颗粒的变形和排列方式的改变来实现的。根据笔者的研究,多孔介质存在两种基本的变形机制:本体变形和结构变形<sup>[4-5]</sup>。多孔介质的实际变形是这两种基本变形的复杂组合。

### 1.1 本体变形

所谓的本体变形(primary deformation),是指因骨架颗粒自身的变形而导致的介质整体变形。在本体变形过程中,骨架颗粒的排列方式并不发生变化,变化的是骨架颗粒自身的体积(图3)。骨架颗粒的变形是

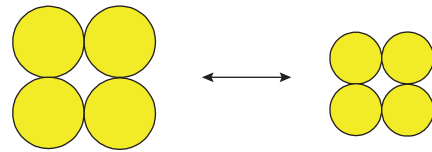


图3 多孔介质的本体变形(可逆)

Fig. 3 Primary deformation of porous media(reversible)

由于颗粒自身的应力即骨架应力的变化所致。骨架应力决定介质的本体变形,介质的应力—应变关系为

$$\varepsilon_p = f(\sigma_s) \quad (3)$$

式中,  $\varepsilon_p$  为多孔介质的本体应变,无因次;  $\sigma_s$  为多孔介质的骨架应力, MPa。

图4为本体变形过程中的体积变化。本体变形实际上就是介质的压缩变形(compression)。

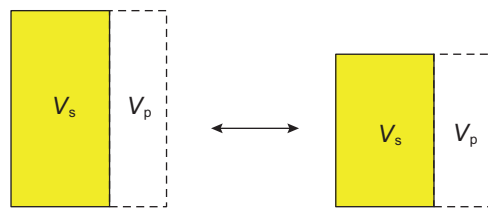


图4 本体变形的体积变化(可逆)

Fig. 4 Volume change of primary deformation(reversible)

### 1.2 结构变形

所谓的结构变形(structural deformation),是指因骨架颗粒排列方式的改变而导致的介质整体变形。在结构变形过程中,骨架颗粒自身的体积并不发生变化,变化的是骨架颗粒的排列方式(图5)。介质的变形量与骨架颗粒之间的相对位移即介质的结构变化有关,而骨架颗粒之间的相对位移是因颗粒之间接触应力的变化所致。接触应力决定介质的结构变形,介质的应力—应变关系为

$$\varepsilon_s = f(\sigma_c) \quad (4)$$

式中,  $\varepsilon_s$  为介质的结构应变,无因次;  $\sigma_c$  为骨架颗粒之间的接触应力, MPa。

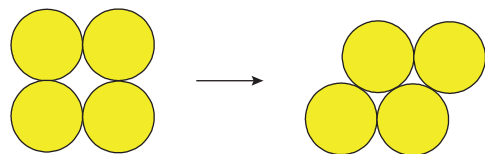


图5 介质的结构变形(不可逆)

Fig. 5 Structural deformation of porous media(irreversible)

图6为结构变形过程中的体积变化。结构变形实际上就是介质的压实变形(compaction)。

介质的总应变为介质的本体应变与结构应变的代

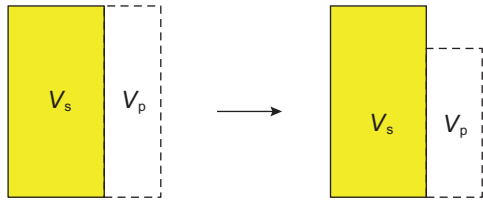


图6 结构变形的体积变化(不可逆)

Fig. 6 Volume change of structural deformation(irreversible)

数和, 即

$$\varepsilon = \varepsilon_p + \varepsilon_s \quad (5)$$

式中,  $\varepsilon$  为介质的总应变, 无因次。

图7为介质的骨架应力和接触应力示意图, 两个应力之间不仅存在数值上的巨大差异, 其性质也完全不同。一个为正, 另一个可能为负。

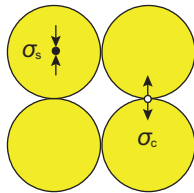


图7 骨架应力和接触应力

Fig. 7 Skeleton stress and contact stress

介质的本体变形是由于骨架颗粒的变形所致, 这种变形基本上属于弹性变形, 在应力卸除之后通常是可以恢复的, 因而是可逆变形。介质的结构变形是由于介质的结构变化即骨架颗粒排列方式的改变所致, 这种变形基本上属于塑性变形, 在应力卸除之后是不能恢复的, 因而是不可逆变形。

疏松土介质的变形以结构变形为主, 应力作用使颗粒由松散排列趋于紧凑排列, 介质也由疏松状态趋于致密状态, 与此同时, 孔隙度也发生了巨大的变化。但是, 应力卸除之后, 颗粒的排列方式却不能由紧凑排列恢复到松散排列, 因而介质的结构变形是不可逆的。结构变形实际上是对介质的破坏, 因为骨架颗粒的接触处是应力最为集中的地方, 也是最容易发生破坏的地方。

岩石一般属于致密介质, 致密介质的变形以本体变形为主, 应力作用使岩石和岩石颗粒的体积受到压缩; 应力卸除, 岩石和岩石颗粒的体积又发生膨胀, 恢复到原始状态, 因而岩石的本体变形是一种可逆的弹性变形。岩石弹性变形过程中, 骨架颗粒的排列方式并不发生变化(因颗粒已紧凑排列, 并且胶结), 岩石的外观体积、孔隙体积和骨架体积同步增大或缩小, 因而岩石的孔隙度是不发生变化的(图3), 这就是岩

石本体变形过程中的孔隙度不变性原则<sup>[20]</sup>。

## 2 有效应力概念

普通固体受到应力的作用即产生变形, 受拉即伸长, 受压即缩短(图8), 固体的应力—应变曲线可以分成弹性变形和塑性变形两个阶段(图9)。弹性变形是应力卸除后能够恢复的变形, 塑性变形是应力卸除后不能够恢复的变形。当然, 塑性变形阶段也包含一定的弹性变形。弹性变形阶段与塑性变形阶段不是同时发生的, 弹性变形一般为低应力作用阶段, 塑性变形一般为高应力作用阶段。普通固体复杂的应力—应变关系可以分段进行研究, 在弹性变形阶段( $\sigma < \sigma_e$ )采用Hooke定律, 即

$$\sigma = E\varepsilon \quad (6)$$

式中,  $E$  为弹性模量, MPa;  $\sigma$  为应力, MPa;  $\sigma_e$  为弹性极限应力, MPa;  $\varepsilon$  为轴向应变, 无因次。

在塑性变形阶段( $\sigma > \sigma_e$ )很难用简单公式进行描述, 可以采用函数形式进行描述, 即

$$\sigma = f(\varepsilon) \quad (7)$$

弹性变形阶段的应力—应变关系符合Hooke定律, 相对比较简单, 塑性变形阶段则相对比较复杂。

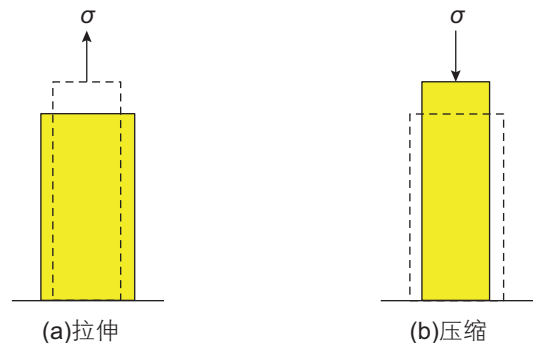


图8 普通固体的变形

Fig. 8 Deformation of ordinary solid

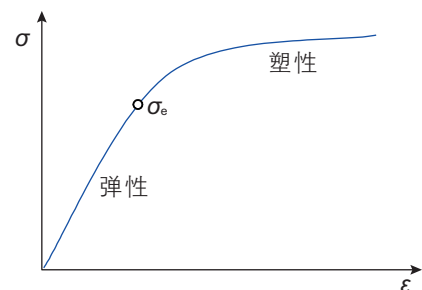


图9 普通固体的应力—应变曲线

Fig. 9 Curve of stress-strain of ordinary solid

普通固体在拉伸时变细,在压缩时变粗,横向应变与轴向应变的比值为泊松比,即

$$\nu = -\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon} \quad (8)$$

式中,  $\nu$  为泊松比, 无因次;  $\varepsilon_r$  为横向应变, 无因次。

由式(6)和式(7)可以看出, 普通固体的复杂变形规律用一个应力分段进行研究即可, 不需要借助于有效应力。但是, 多孔介质不是普通固体, 而是带有孔隙的固体, 其物质结构和受力状态都比普通固体复杂。多孔介质的孔隙中通常饱和着流体(油、气、水), 且同时受到外应力(外压)和内应力(内压)的共同作用(图 10a)。因此, 多孔介质的变形是内、外两个应力共同作用的结果, 即

$$\varepsilon = f(\sigma, p) \quad (9)$$

式中,  $\sigma$  为介质外压, MPa;  $p$  为介质内压, MPa。

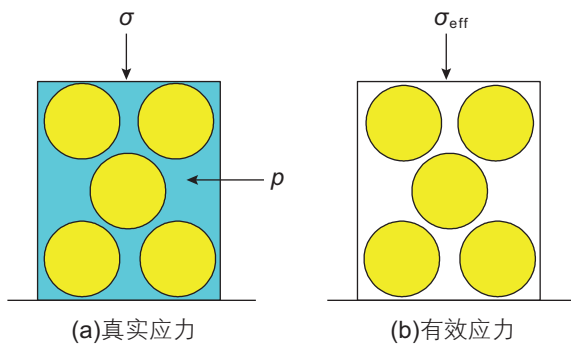


图 10 多孔介质受力图

Fig. 10 Force diagram of porous media

若能找到式(9)的函数关系, 则可以直接研究多孔介质的变形行为, 不需要借助于有效应力。遗憾的是, 迄今为止人们尚未找到式(9)的函数关系, 不得不借助于有效应力。

所谓的有效应力, 是为了工程计算方便而虚拟的应力概念, 它单独作用于多孔介质所产生的效果与内、外两个真实应力共同作用所产生的效果完全相同, 因此是一个等效应力(图 10b)。当材料的物质结构和应力状态十分复杂时, 有效应力就能发挥很好的作用。若找到了有效应力, 则式(9)可以写成

$$\varepsilon = f(\sigma_{\text{eff}}) \quad (10)$$

式中,  $\sigma_{\text{eff}}$  为有效应力, MPa。

固体力学的 Hooke 定律式(6), 则可以用有效应力来研究多孔介质的弹性变形

$$\sigma_{\text{eff}} = E\varepsilon \quad (11)$$

有效应力并不是真实应力, 而是虚拟应力, 不能进行实测, 只能通过某种方法进行计算。构建有效应

力的基本思想是: 外压的作用导致介质的压缩, 内压的作用导致介质的膨胀, 内、外压对多孔介质产生的作用正好相反(图 10a), 因此, 只需把内压的作用从外压中扣除, 即可得到有效应力。但是, 从外压中扣除多少内压, 是一个需要研究的问题。

### 3 Terzaghi 有效应力

1923 年, K.Terzaghi 针对疏松的土介质, 通过实验提出了第一个有效应力<sup>[1]</sup>, 即 Terzaghi 有效应力

$$\sigma_{\text{eff}}^T = \sigma - p \quad (12)$$

式中,  $\sigma_{\text{eff}}^T$  为 Terzaghi 有效应力, MPa。

很显然, Terzaghi 有效应力为外应力与内应力的简单差值, 即从外压中直接减去内压。Terzaghi 有效应力在地质科学及石油工程中被称作有效上覆压力, 在室内岩心分析实验中被称作净围压。图 11 为 Terzaghi 实验模型, 该模型用弹簧模拟土介质的固体骨架, 模型中充满水。对模型施加外压, 模型即变形, 模型的变形量可以用来计算弹簧的受力大小, 模型的内压用侧边水柱高度进行测量。

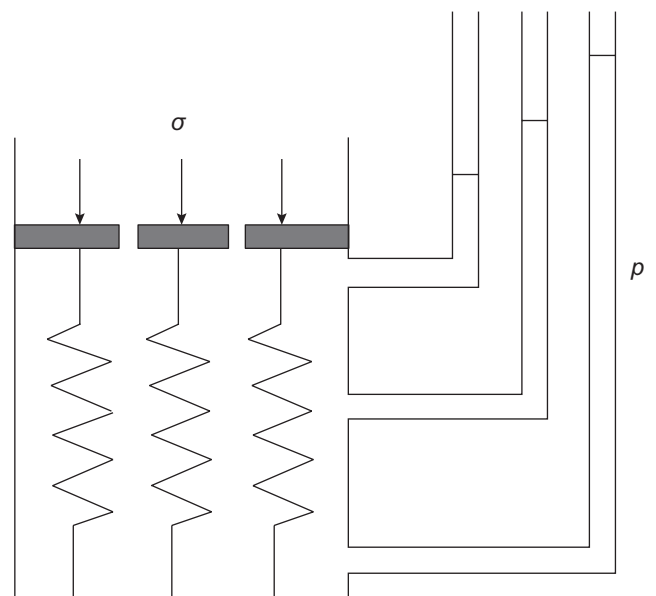


图 11 Terzaghi 实验模型

Fig. 11 Terzaghi's experimental model

Terzaghi 实验是一个简单而伟大的实验, 实验的结果显示外应力等于流体压力与弹簧受力之和, 进而导致了 Terzaghi 有效应力的建立。

然而, Terzaghi 实验存在的主要问题是, 模型的骨架含量太少, 即孔隙度太高, 以至于内压与外压的作用面积几乎相等。该模型没有模拟到疏松土介质和

致密岩石的性质，只近似模拟了纤维介质的性质。

关于Terzaghi方程的理论推导，通常采用图12中的物理模型<sup>[1]</sup>，在该模型上建立静力平衡方程，即

$$\sigma A = \sigma_c A_c + p(A - A_c) \quad (13)$$

式中， $A$ 为外压作用面积， $\text{m}^2$ ； $A_c$ 为颗粒接触面积， $\text{m}^2$ ； $\sigma_c$ 为颗粒接触应力， $\text{MPa}$ 。

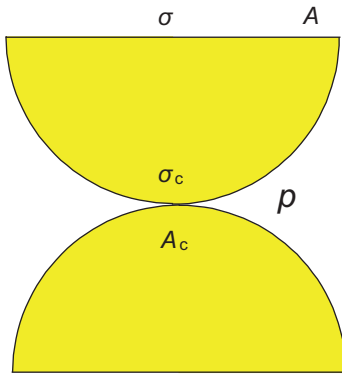


图12 Terzaghi公式推导物理模型

Fig. 12 Physical model for deduction of Terzaghi's equation

式(13)可以写成

$$\sigma = \frac{\sigma_c A_c}{A} + p \left( 1 - \frac{A_c}{A} \right) \quad (14)$$

通常假设 $A_c$ 特别小，于是很容易由式(14)导出Terzaghi公式(12)。

上面的公式推导中存在两个问题，一是图12中的 $\sigma$ 并不是多孔介质的外应力，而是骨架颗粒内部的应力，是不可测量的；二是“ $A_c$ 特别小”的假设在很多情况下并不成立，尤其是对于致密介质更是如此。

虽然Terzaghi有效应力的提出为土力学的诞生奠定了基础，Terzaghi也因此为土力学的发展做出了不朽的贡献。但是，Terzaghi有效应力并不适用于致密介质，这就为Terzaghi有效应力在长期的工程应用中出现的各种偏差埋下了伏笔。

Terzaghi有效应力的根本问题是，从外应力中扣除内应力时扣多了，因为内应力的作用面积远小于外应力(图10a)。而且，人们也不知道Terzaghi有效应力到底决定介质的本体变形，还是结构变形，它不能同时决定两种变形。

## 4 Biot有效应力

为了消除Terzaghi有效应力在工程应用中的不适应性，许多人都对其进行了修正<sup>[5,21]</sup>，其中以Biot修正式应用最多，M.A.Biot于1941年提出的修正式为<sup>[3]</sup>

$$\sigma_{\text{eff}}^{\text{B}} = \sigma - \alpha p \quad (15)$$

式中， $\alpha$ 为Biot系数，无因次。

由式(15)计算的有效应力，被称作Biot有效应力。式(15)中的修正系数一般称为Biot系数，也叫有效应力系数。很多人对Terzaghi公式进行了修正，修正方法与Biot类似，只是修正系数的取值不同而已<sup>[22-35]</sup>。Biot有效应力的应用非常广泛，但是，Biot系数没有明确的物理意义，必须通过实验测量或经验方法加以确定。多数实验测量的Biot系数在0~1，也有大于1或小于0的极端情况出现。Biot系数大于1，表明介质会自行膨胀；Biot系数小于0，表明介质会自行收缩。大于1和小于0都是错误的实验结果。即使实验测量的Biot系数在0~1，也不能说明实验结果就是正确的，因为0.1与0.9的差别依然很大，实验误差难以克服。

A.W. Skempton(1960)<sup>[24]</sup>和J.Geestma(1957)<sup>[35]</sup>给出了Biot系数的理论公式，即

$$\alpha = 1 - \frac{c_s}{c_b} \quad (16)$$

式中， $c_s$ 为骨架颗粒(对骨架应力)的压缩系数， $\text{MPa}^{-1}$ ； $c_b$ 为介质外观体积(对外应力)的压缩系数， $\text{MPa}^{-1}$ 。

不仅外观体积的压缩系数不好测量，骨架颗粒的压缩系数也不好测量，因为骨架颗粒的组成十分复杂，也不好把骨架物质从多孔介质中分离出来单独进行实测。因此，很少有人采用式(16)来确定Biot系数。由于Biot系数存在很大的不确定性，大多数情况下人们都取经验值，Biot有效应力公式在实际应用中也成了一个经验公式。

由于Biot系数通常小于1，相对于Terzaghi有效应力而言，Biot有效应力在从外应力中扣除内应力时少扣了一些，这算是一个进步。与Terzaghi有效应力相同的是，人们依然不知道Biot有效应力到底决定介质的本体变形，还是结构变形，它不可能同时决定两种变形。

## 5 双重有效应力

与多孔介质的两种基本变形机制相对应，多孔介质存在两个有效应力：本体有效应力和结构有效应力<sup>[4-5]</sup>。本体有效应力决定介质的本体变形，研究介质的本体变形行为时，应采用本体有效应力。结构有效应力决定介质的结构变形，研究介质的结构变形行为(包括介质的破坏)时，应采用结构有效应力。

### 5.1 本体有效应力

多孔介质除受到外应力 $\sigma$ 和内应力 $p$ 的作用之外,在连续介质意义上任意一点还存在骨架应力 $\sigma_s$ 。但是,骨架应力并不是独立存在的,它是内、外应力共同作用的结果,即 $\sigma_s$ 是 $\sigma$ 和 $p$ 的函数。根据式(3),介质是否产生本体变形,取决于 $\sigma_s$ 的数值,与 $\sigma$ 和 $p$ 的数值大小没有直接的关系。因此,只要知道了 $\sigma_s$ 的数值,就能够确定介质的本体变形行为。然而, $\sigma_s$ 是不可测量的,它必须通过一定的公式进行计算。

图13为介质剖面图,任一截面 $OO'$ 面上方的外应力为 $\sigma$ ,外应力的作用面积为 $A$ ,因此,介质受到的总外力为 $\sigma A$ 。

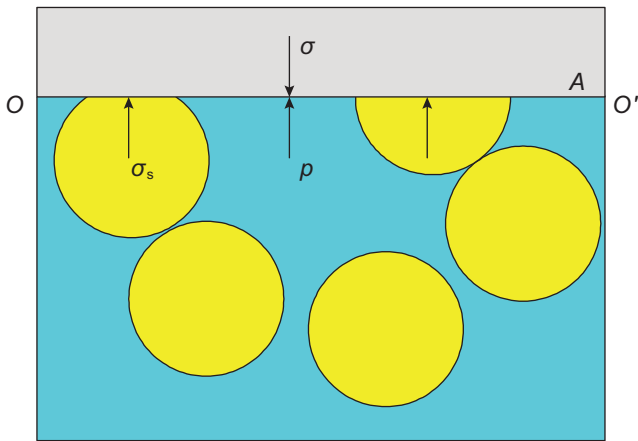


图13 多孔介质应力关系图(I)

Fig. 13 Stress relationship of porous media(I)

$OO'$ 面下方的骨架应力为 $\sigma_s$ ,骨架应力的作用面积为 $(1-\phi)A$ ,骨架对 $OO'$ 面的总作用力为 $\sigma_s(1-\phi)A$ 。

$OO'$ 面下方的孔隙压力为 $p$ ,孔隙压力的作用面积为 $\phi A$ ,孔隙中流体对 $OO'$ 面的总作用力为 $p\phi A$ 。

根据静力平衡原理, $OO'$ 截面的上、下作用力相等,即

$$\sigma A = p\phi A + \sigma_s(1-\phi)A \quad (17)$$

把式(17)整理之后,得

$$\sigma = \phi p + (1-\phi)\sigma_s \quad (18)$$

式(18)就是多孔介质的应力关系方程<sup>[36]</sup>。

由式(18)可以求出骨架应力的数值,再把骨架应力折算到整个介质横截面积之上,即得本体有效应力计算公式

$$\sigma_{\text{eff}}^p = \sigma - \phi p \quad (19)$$

式(19)为本体有效应力的计算公式,本体有效应力的定义式为

$$\sigma_{\text{eff}}^p = \frac{(1-\phi)A\sigma_s}{A} = (1-\phi)\sigma_s \quad (20)$$

有了本体有效应力,多孔介质的本体应变变量即可由下式计算

$$\varepsilon_p = f(\sigma_{\text{eff}}^p) \quad (21)$$

### 5.2 结构有效应力

接触应力决定介质的结构变形,为了确定介质的结构变形量,必须首先计算出介质的接触应力数值。

多孔介质骨架颗粒之间的接触应力 $\sigma_c$ 不是独立存在的,它是内、外应力共同作用的结果,即 $\sigma_c$ 是 $\sigma$ 和 $p$ 的函数。根据式(4),介质是否产生结构变形,取决于 $\sigma_c$ 的数值,与 $\sigma$ 和 $p$ 的数值大小没有直接的关系。因此,只要知道了 $\sigma_c$ 的数值,就能够确定介质的结构变形行为。然而, $\sigma_c$ 也是不可测量的,它必须通过一定的公式进行计算。

图14为介质剖面图,任一截面 $OO'$ 面上方的外应力为 $\sigma$ ,外应力的作用面积为 $A$ ,因此,介质受到的总外力为 $\sigma A$ 。

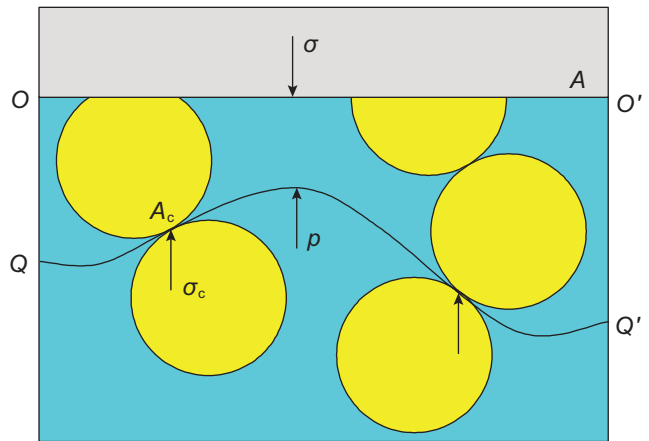


图14 多孔介质应力关系图(II)

Fig. 14 Stress relationship of porous media(II)

介质中任一连接骨架颗粒接触点的曲面 $QQ'$ 面下方的垂向接触应力为 $\sigma_c$ ,垂向接触应力的作用面积为 $(1-\phi_c)A$ ,垂向接触应力对 $QQ'$ 面的总作用力为 $\sigma_c(1-\phi_c)A$ 。

$QQ'$ 面下方的孔隙压力为 $p$ ,孔隙压力的垂向作用面积为 $\phi_c A$ ,孔隙中流体对 $QQ'$ 面的总作用力为 $p\phi_c A$ 。

令 $QQ'$ 面趋于 $OO'$ 面,根据静力平衡原理, $OO'$ 面的上方作用力与 $QQ'$ 面的下方作用力相等,即

$$\sigma A = p\phi_c A + \sigma_c(1-\phi_c)A \quad (22)$$

把式(22)整理之后,得

$$\sigma = \phi_c p + (1-\phi_c)\sigma_c \quad (23)$$

由式(23)可以求出接触应力的数值,再把接触应力折算到整个介质横截面积之上,即得结构有效应力的计算公式

$$\sigma_{\text{eff}}^s = \sigma - \phi_c p \quad (24)$$

式(24)是结构有效应力的计算式,结构有效应力的定义式为

$$\sigma_{\text{eff}}^s = \frac{(1-\phi_c)A\sigma_c}{A} = (1-\phi_c)\sigma_c \quad (25)$$

有了结构有效应力,多孔介质的结构应变变量即可由下式计算

$$\varepsilon_s = f(\sigma_{\text{eff}}^s) \quad (26)$$

### 5.3 有效应力界限

结构有效应力计算公式(24)中的 $\phi_c$ 为介质的触点孔隙度,它与介质的胶结系数满足下式

$$\phi_c = 1 - \delta_c \quad (27)$$

式中, $\phi_c$ 为介质的触点孔隙度,小数; $\delta_c$ 为介质的胶结系数,小数。

$\delta_c$ 反映了介质的胶结程度,其计算公式为

$$\delta_c = \frac{A_c}{A} \quad (28)$$

式中, $A_c$ 为QQ'面上骨架颗粒接触面积的垂向投影面积,  $m^2$ ;  $A$ 为QQ'面上介质总面积的垂向投影面积,  $m^2$ 。

介质的胶结程度用胶结系数来衡量,而胶结强度则用拉伸应力强度来衡量。

不同介质的胶结程度差别很大<sup>[37]</sup>,点式接触的介质没有胶结物,胶结程度为0(图15a),触点孔隙

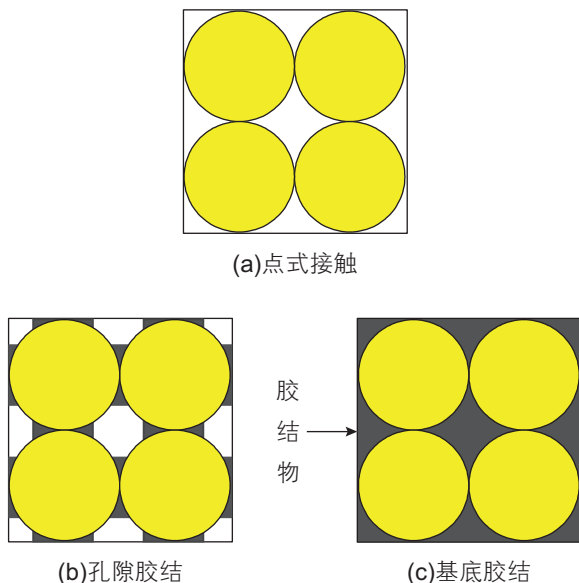


图15 多孔介质胶结类型及胶结程度

Fig. 15 Cementing types and cementing degree of porous media

度也最大,为100%;基底胶结的胶结程度最高,为100%(图15c),触点孔隙度也最小,为0;孔隙胶结的胶结程度和触点孔隙度介于二者之间(图15b)。

本体有效应力计算公式(19)中的孔隙度 $\phi$ ,为介质的本体孔隙度。

很显然,触点孔隙度的数值大于本体孔隙度,但仍然小于1,即 $\phi < \phi_c < 1$ 。

当 $\phi_c \rightarrow 0$ ,  $\phi \rightarrow 0$ ,表明介质的孔隙特征消失,介质趋于普通固体,此时,本体有效应力和结构有效应力皆趋于介质的外应力(图16)。这也是普通固体不采用有效应力的原因。

当 $p \rightarrow 0$ ,表明介质中无承压流体,此时,本体有效应力和结构有效应力也趋于介质的外应力(图16)。介质中不饱和和流体,也就相当于普通固体,也无需采用有效应力。

当 $\phi_c \rightarrow 1$ ,表明介质趋于极度疏松,此时,结构有效应力公式趋于Terzaghi有效应力,即式(12)。

本体有效应力和结构有效应力合称为多孔介质的双重有效应力,它适用于所有的介质类型。由于多孔介质会同时产生本体变形和结构变形,因此双重有效应力需同时使用。对于以产生结构变形为主的疏松土介质,结构有效应力的应用相对多一些。对于以产生本体变形为主的致密岩石,本体有效应力的应用相对多一些。

双重有效应力与Terzaghi有效应力以及介质内、外应力之间的关系如图16所示。由图中曲线可以看出,外应力是双重有效应力的上限值,而Terzaghi有效应力是双重有效应力的下限值。

很显然, Terzaghi有效应力为结构有效应力的极

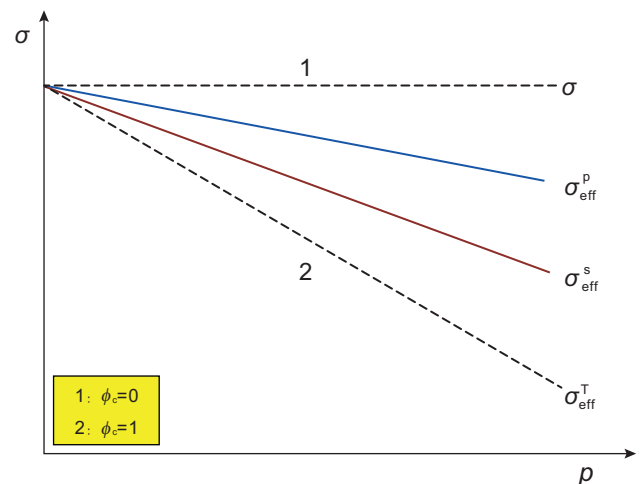


图16 应力及有效应力关系图

Fig. 16 Relationship of stress and effective stress



限值, 它只适用于极其疏松的多孔介质( $\phi_c=1$ ), 而且也只能用于研究多孔介质的结构变形或破坏行为。但是, Terzaghi有效应力并不适用于岩石, 因为岩石属于致密介质。事实上,  $\phi_c=1$ 的多孔介质是不存在的, 即使是疏松的土介质,  $\phi_c$ 也小于1, 这就为Terzaghi有效应力在长期的工程应用中出现的各种偏差埋下了伏笔。

Terzaghi有效应力在工程应用中的不适应性可通过图17中的“思想实验”加以证明<sup>[5]</sup>。图17中的密闭容器中放置了一块岩石。当把图17a中的低压(1 MPa)升高至图17b中的高压(100 MPa)时, 岩石产生了明显的本体变形(压缩)。但图17a中岩石的Terzaghi有效应力为0, 图17b中岩石的Terzaghi有效应力亦为0, 二者完全相等。根据有效应力原理, 岩石的变形是由有效应力的变化所致, 图17中的岩石产生了明显的变形, 而Terzaghi有效应力并没有发生任何变化, 显然, 岩石的变形与Terzaghi有效应力无关。

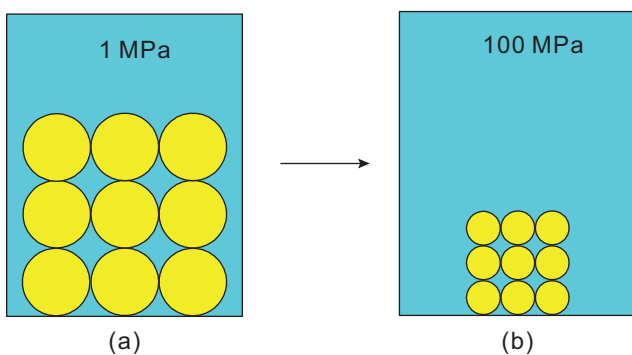


图17 密闭容器中岩石压缩图

Fig. 17 Compression of rock in a closed container

但是, 根据本体有效应力计算公式(19), 图17a中岩石的本体有效应力为0.52 MPa, 图17b中岩石的本体有效应力为52.36 MPa。本体有效应力的大幅提高, 导致了岩石的本体变形。图17中岩石的颗粒排列方式为立方体排列, 孔隙度为47.64%。

双重有效应力通过孔隙度把普通固体与多孔介质统一了起来, 有效应力计算公式中的孔隙度(包括触点孔隙度)反映了孔隙压力对有效应力的贡献权值。双重有效应力反映了多孔介质的物质结构特征, 而Terzaghi有效应力则忽视了多孔介质的物质结构, 把内、外应力同等对待, 显然是不够科学的。

K. Terzaghi因提出了Terzaghi有效应力而推开了多孔介质力学的大门。在Terzaghi有效应力的旗帜下, 诞生了土力学和岩石力学两门重要的自然科学学科。然而, Terzaghi有效应力的应用范围是十分有限的,

它只近似适用于极其疏松的多孔介质。Biot有效应力公式是一个经验公式, 应用过程不确定性很大, 物理意义不明确。在经历了Terzaghi有效应力和Biot有效应力两个发展阶段之后, 双重有效应力的提出又为多孔介质力学的发展起到了积极的推动作用。

## 6 双重有效应力有何问题?

毛博士在评论笔者提出的双重有效应力时说<sup>[18]</sup>: “然而, 两个有效应力表达式与Biot、Bishop等学者早期提出的两个有效应力表达式相同, 而这两个表达式与1955年Laughton经典铅粒高压实验相矛盾, 在60年代后被逐渐弃用, Skempton、Bishop等人提出的有效应力表达式则渐渐被接受。”

毛博士的这个说法显然与事实不符, 双重有效应力由本体有效应力和结构有效应力构成, 本体有效应力为式(19), 结构有效应力为式(24), 这两个公式与Biot有效应力公式(15)有相同的地方吗?

毛博士论文中没有给出Bishop有效应力的表达式, Bishop有效应力是针对未饱和土介质提出的, 其公式为<sup>[38]</sup>:

$$\sigma_{\text{eff}}^{\text{Bi}} = \sigma - (1 - s_w) p_{\text{air}} - s_w p_w \quad (29)$$

式中,  $\sigma_{\text{eff}}^{\text{Bi}}$ 为Bishop有效应力, MPa;  $s_w$ 为含水饱和度, 小数;  $p_{\text{air}}$ 为空气压力, MPa;  $p_w$ 为水相压力, MPa。

所谓的未饱和土, 是指没有被水完全饱和的土, 土中含有一部分空气, 空气压力与水相压力的饱和度加权平均值就是孔隙中的流体压力, 也就是Terzaghi有效应力公式(12)中的孔隙压力 $p$ 。因此, Bishop有效应力就是Terzaghi有效应力的简单变形, 算不上一个独立的有效应力。

对比一下不难发现, 笔者提出的本体有效应力式(19)和结构有效应力式(24), 没有一个是与Bishop有效应力公式相同的。

毛博士说<sup>[18]</sup>: “Biot和Bishop两个有效应力在60年代后被逐渐弃用, Skempton、Bishop等人提出的有效应力表达式则渐渐被接受”。这个说法也是不符合事实的, Biot有效应力目前仍广泛应用于土力学和岩石力学中。毛博士所说的Bishop有效应力应该是误用, 其实并没有这个有效应力。

K. Terzaghi是土力学的奠基人, 他推动建立了“国际土力学及基础工程”协会, 并一直担任主席职务。Terzaghi于1963年去世后该协会主席职务就由Biot接任。Biot是继Terzaghi之后对多孔介质力学做出杰出

贡献的第二号人物。在Biot长期担任国际土力学及基础工程协会主席职务期间，Biot有效应力不可能被弃用。

毛博士说Skempton有效应力正逐渐被接受。所谓的Skempton有效应力，其实就是把Biot有效应力公式(12)中的Biot系数固定为式(16)的一个特定值<sup>[24]</sup>，即

$$\sigma_{\text{eff}}^{\text{Sk}} = \sigma - \left(1 - \frac{c_s}{c_b}\right)p \quad (30)$$

式中， $\sigma_{\text{eff}}^{\text{Sk}}$ 为Skempton有效应力，MPa。

实际上，Skempton有效应力也包含在Biot有效应力之中，算不上一个独立的有效应力，只是Biot有效应力的一个特例，实际应用并不多，因为外观体积和骨架体积的压缩系数都不好测量。

毛博士试图用图17中的思想实验验证伪笔者的双重有效应力。毛博士说<sup>[18]</sup>：“对于完全浸没在静水压中的多孔介质，无论其微观颗粒间接触面积和孔隙度为多少，多孔介质各处所受应力均为 $p$ 。其微观颗粒和宏观整体都在应力 $p$ 下均匀压缩，本体有效应力应为 $p$ ，无颗粒间变形或结构变形，结构有效应力应为0”。“这与本体有效应力应为 $p$ 、结构有效应力为0的实际情况不一致，颗粒等效平均应力、颗粒间等效平均应力大小均不能决定本体变形和结构变形大小，需要重新认识。”毛博士说的颗粒等效平均应力就是笔者提出的本体有效应力，颗粒间等效平均应力就是笔者提出的结构有效应力。

毛博士为何认为图17中的本体有效应力应该为 $p$ 呢？实际上，图17中的骨架应力为 $p$ ，骨架应力不是本体有效应力，骨架应力折算到整个介质横截面积上之后才是本体有效应力，因此，图17的本体有效应力为 $(1-\phi)p$ ，而不是毛博士说的为 $p$ 。本体有效应力决定介质的本体变形，即介质的压缩变形。只要存在本体有效应力，介质就会被压缩，即出现本体变形。本体有效应力与本体变形之间存在对应关系。图17解释了介质的本体变形机制。毛博士的“颗粒等效平均应力大小不能决定本体变形大小”的说法是不成立的。

图17中的结构有效应力为 $(1-\phi_c)p$ 。毛博士认为图17没有发生结构变形，就不应该有结构有效应力或结构有效应力应该为0。所谓的结构变形，其实就是介质的破坏，也就是图9中的塑性变形。图9中只要有应力存在，就有弹性变形，但不一定有塑性变形。只有当应力超过弹性极限应力时，才会出现塑性变形。图17中存在结构有效应力，而没有出现结构变形，是因为结构有效应力还没有达到极限应力。因此，毛博

士的“颗粒间等效平均应力大小不能决定本体变形和结构变形大小”的说法也是不成立的。

毛博士还用Laughton的铅粒高压实验结果来否定笔者的双重有效应力<sup>[18]</sup>：“此外，颗粒等效平均应力和颗粒间等效平均应力表达式分别与孔隙度、颗粒间接触面积有关，而1955年Laughton经典铅粒高压实验表明：改变总应力和流压，无论颗粒接触面积为0.03、0.11还是0.95，孔隙度为0.4、0.31还是0.03，铅粒多孔介质有效应力系数(即Biot系数)均接近于1，其有效应力与孔隙度、接触面积均无直接关系，这也说明旧双重有效应力存在问题。”

如果毛博士认为Laughton的实验结果是正确的，继续研究有效应力就没有意义了，因为不管什么样的多孔介质，Biot系数均接近于1，直接使用Terzaghi有效应力就可以了，还研究其他的有效应力干什么呢？孔隙度为3%的致密介质与孔隙度为40%的疏松介质，外应力与内应力对介质的作用是完全等价的，这不就忽视了多孔介质的物质结构了吗？如果孔隙度为0，介质中没有流体了，也就没有孔隙压力了，还要继续采用Terzaghi有效应力研究多孔介质的力学行为吗？毛博士论文中的“颗粒接触面积为0.03、0.11还是0.95”是什么意思？

表1为Laughton的实验结果<sup>[18]</sup>，Biot系数出现了大于1的情况，可以判断实验结果是不正确的，因为多孔介质将出现自行膨胀的现象，即在外压与内压相同的情况下，介质的有效应力为负值，介质不仅没有被压缩，还会莫名其妙的膨胀变大，成了图17中压缩过程的逆过程。表1中小于1的数值也普遍偏高。

## 7 新双重有效应力质疑

毛博士在否定了笔者的双重有效应力之后，又提出了他自己的双重有效应力，并命名为新双重有效应力<sup>[18]</sup>，而把笔者提出的双重有效应力称之为旧双重有效应力。实际上，毛博士的新双重有效应力存在很大的问题，下面对其进行分析。

### 7.1 新结构有效应力

毛博士从图17的思想实验中得出<sup>[18]</sup>，“在静水压中，颗粒均匀受力，颗粒间真实平均应力为 $p$ ，但结构变形为0，这说明于颗粒间真实平均应力 $p$ 并不会引起颗粒间变形。颗粒间作用力中至少有一部分用来平衡流压 $p$ ，这部分应力与孔隙流压共同作用，均匀压缩颗粒从而不产生结构变形；只有平衡流压之外的净

表1 铅粒高压测试结果

Table 1 High pressure test results of lead shot

$\sigma/\text{MPa}$	$p/\text{MPa}$	$\sigma_{\text{eff}}/\text{MPa}$	$\phi$	$\alpha$
2.7	0.8	1.9	0.40	1.00
6.0	1.6	4.2	0.38	1.13
12.8	3.2	9.4	0.31	1.06
25.6	6.4	19.5	0.21	0.95
51.2	12.8	38.5	0.10	0.99
102.4	25.6	78.0	0.03	0.95

应力集中作用在颗粒接触面上产生额外的偏应力，从而引起颗粒间滑动变形，产生介质结构变形。即引起颗粒间变形的真正有效的应力为超出平衡孔隙流压之外的颗粒间应力。”于是，毛博士定义了新结构有效应力，本文称之为毛氏结构有效应力，即

$$\sigma_{\text{eff}}^{\text{Ms}} = \frac{(\sigma_c - p)A_c}{A} \quad (31)$$

式中， $\sigma_{\text{eff}}^{\text{Ms}}$ 为毛氏结构有效应力，MPa。

把式(23)代入式(31)，得毛氏结构有效应力的计算公式

$$\sigma_{\text{eff}}^{\text{Ms}} = \sigma - p \quad (32)$$

由式(32)可以看出，毛氏结构有效应力其实就是Terzaghi有效应力。

很显然，毛博士认为颗粒之间的接触应力数值中，超出孔隙压力的部分才能产生结构变形，若接触应力等于或小于孔隙压力，则不能产生结构变形。这个观点实际上是不成立的。若介质为胶结岩石，超出孔隙压力的接触应力也不会产生结构变形，测量岩石压缩系数的过程就是如此，因为一旦颗粒间产生滑动(结构变形)，岩石就碎了。地层条件下岩石的接触应力基本上都大于孔隙压力，也没发现岩石都是碎的，而通常都是完整成形的。

如果接触应力等于孔隙压力，就不产生结构变形了吗？当然也不是。如果图17中的多孔介质是疏松的干土样，往里面注水，土样就会沉陷固结，即出现了结构变形，很多土壤下雨后出现的变形就属于这种情况。

如果接触应力小于孔隙压力，也是会产生结构变形的。压裂时往地层岩石里注入高压流体，孔隙压力不断升高，而接触应力不断减小，当接触应力小到负值并到达破裂极限时，地层就产生裂缝了，即出现了结构变形。

因此，多孔介质在什么情况下产生结构变形，并

不唯一地取决于结构有效应力的数值，还同时取决于介质本身的性质。

通常上面的分析不难看出，毛氏结构有效应力并不是一个科学的概念，其数值大于0，介质也不一定产生结构变形；其数值小于0，介质也可能产生结构变形。

## 7.2 新本体有效应力

毛博士在定义新本体有效应力(毛氏本体有效应力)时说<sup>[18]</sup>：“颗粒受到孔隙流压和颗粒间应力的共同作用。为方便计算，将颗粒间应力分为两部分来计算：一部分用来平衡孔隙流压 $p$ ，与孔隙流压共同作用均匀压缩颗粒，只引起颗粒体积变形，不引起颗粒形状变形；另外一部分为超出平衡孔隙流压之外的颗粒间应力 $\sigma_c - p$ ，这部分作用力集中作用在颗粒间接触面积上，不但引起颗粒体积变形，还引起颗粒形状变形。”在这样一个思路下，毛博士给出的新本体有效应力为<sup>[18]</sup>

$$\sigma_{\text{eff}}^{\text{Mp}} = \sigma - \left(1 - \frac{c_s}{c_{\text{bg}}}\right)p \quad (33)$$

式中， $\sigma_{\text{eff}}^{\text{Mp}}$ 为毛氏本体有效应力，MPa； $c_{\text{bg}}$ 为骨架体积分形和形状变形导致的介质整体压缩系数， $\text{MPa}^{-1}$ 。

$c_{\text{bg}}$ 的计算公式为

$$c_{\text{bg}} = \frac{c_s + c_{\text{bsc}}}{1 - \phi} \quad (34)$$

式中， $c_{\text{bsc}}$ 为颗粒形状变形导致的介质整体压缩系数， $\text{MPa}^{-1}$ 。

不知道毛博士是如何区分颗粒均匀压缩产生的介质变形和颗粒变形产生的介质变形的？又是如何测量颗粒均匀压缩的压缩系数和颗粒变形导致的介质整体压缩系数的？如果不能区分，又不能分别测量，毛氏本体有效应力还能计算和使用吗？

### 7.3 总有效应力

在新双重有效应力的基础上，毛博士又定义了介质的总有效应力，即<sup>[18]</sup>

$$\sigma_{\text{eff}}^{\text{M}} = \sigma - \left(1 - \frac{c_s}{c_b}\right) p \quad (35)$$

式中， $\sigma_{\text{eff}}^{\text{M}}$ 为毛氏总有效应力，MPa。

实际上，毛氏总有效应力就是式(30)的Skempton有效应力，只不过Skempton有效应力没有明确说明决定介质的何种变形，而毛氏总有效应力明确说明了决定介质的结构变形和本体变形，即决定介质的总变形。

前面已经说过，Skempton有效应力就是Biot有效应力的一个特例，而且包含在Biot有效应力之中。Biot有效应力的Biot系数取经验值，虽然不严谨，但方便实用。而Skempton有效应力则因为难以测量骨架压缩系数和介质压缩系数而不具有实用性。

更为严重的问题是，有了总有效应力之后，新双重有效应力就没用了，用一个总有效应力就可以解决多孔介质的力学问题了。毛博士的总有效应力就是Skempton有效应力，而Skempton有效应力又是一个不具有实用性的有效应力。这样一来，所有的研究就又回到了原点。

## 8 新双重有效应力的验证

毛博士为了验证新双重有效应力的科学性，选择了一些实验结果，而不是生产现象。

(1)1955年Laughton的经典铅粒高压实验<sup>[18]</sup>

实验结果见表1。前面已经说过，Laughton实验的最大问题是Biot系数出现了大于1的情况，多孔介质将会出现自行膨胀的现象。毛博士说<sup>[18]</sup>：“没有颗粒形状变形机理，则无法解释孔隙度被压缩到接近于0的实验过程，用旧双重有效应力理论也无法解释有效应力系数在孔隙度为0时依然接近1的测试结果。”

“孔隙度为0，Biot系数为1”，这不是自我否定吗？孔隙度为0的多孔介质，就变成了普通固体，也就不需要有效应力了，直接采用外应力研究介质的力学行为即可。如果再从外应力中减去孔隙压力，即采用Terzaghi有效应力，这样就把外应力的作用减弱了，固体力学从来没有这么做过，毛博士这样做过吗？

(2)Hall图版

岩石的孔隙压缩系数定义为单位压力的孔隙体积变化率<sup>[9]</sup>，即

$$c_p = \frac{dV_p}{V_p dp} \quad (36)$$

式中， $c_p$ 为岩石孔隙压缩系数， $\text{MPa}^{-1}$ 。

人们根据式(36)，采用体积法测量了岩石的孔隙压缩系数<sup>[8]</sup>。H.N.Hall通过大量的实验测量数据，统计并绘制出了压缩系数与孔隙度的相关曲线，后人称之为Hall图版(图18)<sup>[39]</sup>。Hall图版长期应用于石油工程计算中，但是，Hall图版有3个明显的错误。第一，Hall图版曲线显示了错误的逻辑关系。根据Hall图版，岩石越疏松或孔隙度越大，岩石的压缩系数就越小，即岩石越难以压缩。实际上，孔隙度越大或岩石越疏松，岩石应该越容易压缩，岩石的压缩系数应该越大。第二，Hall图版与岩石的力学性质无关。根据Hall图版，只要孔隙度的数值相等，不管岩石软硬，其压缩系数都相等。第三，用Hall图版确定的岩石压缩系数普遍偏高，高于了液态油和地层水，极端情况下甚至与气体的压缩系数相同，缺乏基本的合理性。由此可见，Hall图版是一个错误的关系曲线。

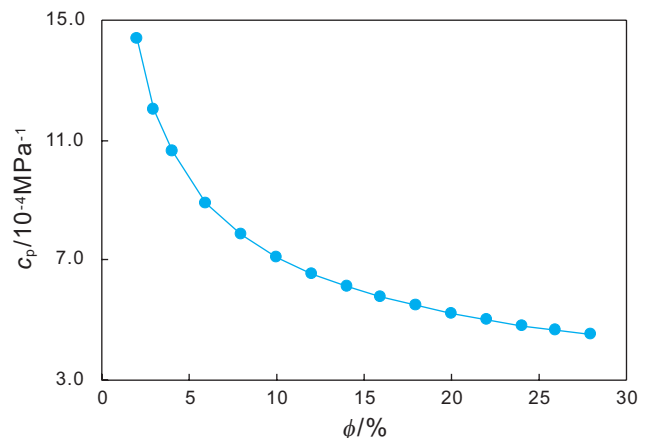


图18 Hall图版曲线

Fig. 18 Hall's correlation plot

在双重有效应力理论指导下，笔者导出了岩石孔隙压缩系数的理论公式<sup>[7]</sup>，即

$$c_p = \frac{\phi}{1 - \phi} c_s \quad (37)$$

式(37)为岩石孔隙压缩系数与孔隙度和骨架压缩系数的关系方程，由该方程可以看出，岩石的孔隙度越大，岩石的孔隙压缩系数也就越大，即岩石越疏松越容易压缩。图19显示了岩石的孔隙压缩系数与孔隙度的关系曲线(弹性模量为 $1 \times 10^4$  MPa)。式(37)不仅呈现出了正确的逻辑关系，而且岩石的压缩系数也远低于了流体。

毛博士不仅不认同笔者提出的式(37)，还坚持认

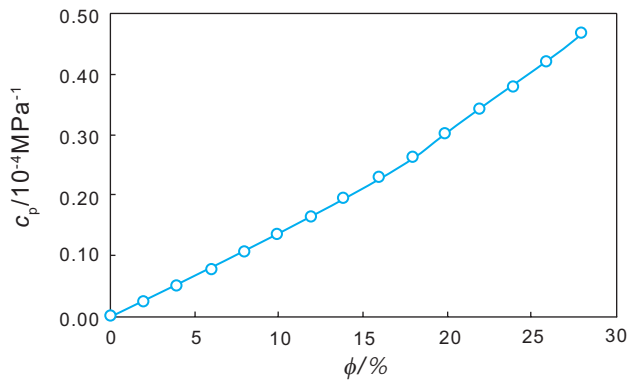


图 19 岩石孔隙压缩系数曲线(弹性模量:  $1 \times 10^4$  MPa)  
Fig. 19 Rock's pore compressibility curve of soft minerals (elastic modulus:  $1 \times 10^4$  MPa)

为实验结果(Hall图版)是正确的,并在新双重有效应力理论的指导下,导出了一个新的岩石孔隙压缩系数公式,即<sup>[18]</sup>

$$c_p = \frac{c_b - (1 + \phi)c_s}{\phi} \quad (38)$$

毛博士说<sup>[18]</sup>:“孔隙压缩系数理论计算式(38)所反应的规律与Hall曲线图版的规律也一致, Hall图版如图18所示,孔隙压缩系数与孔隙度负相关,这是因为孔隙体积自身也是孔隙压缩系数的分母。”

毛博士认为孔隙压缩系数与孔隙度负相关,是因为孔隙体积在压缩系数定义式(36)的分母上,孔隙度小,孔隙体积就小,因此,压缩系数就高。这个逻辑关系显然是不成立的。压缩系数并非与孔隙体积成反比,而是与孔隙体积的变化率成正比,孔隙体积小,单位压力的孔隙体积变化量就小,二者的比值并不一定高。如果毛博士的说法正确,则用1 mL水测量的压缩系数一定比用1 L水测量的压缩系数高。实际情况当然不是这样,因为压缩系数表征的是体积的变化率,与体积的大小无关,只与物质的性质有关。

其实,用体积法测量的岩石孔隙压缩系数偏高,是岩心的表皮效应所致<sup>[40]</sup>,并不是岩石本身的性质。测量岩石压缩系数时,把岩心放入塑料封套中,由于岩心与封套之间存在微间隙(图20),增加外压时,岩心还没有被压缩,微间隙率先被压缩了,由于微间隙中为空气,因此才测量出了比油水还高的压缩系数,有时候甚至与气体的压缩系数相同,岩石本身不可能有这么高的压缩系数。

毛博士把实测的高压缩系数归因于“岩石颗粒间的滑动变形”<sup>[18]</sup>,其实,这个观点是不成立的,致密岩石的颗粒之间都被胶结物胶结好了,压缩实验中不可能出现颗粒间的滑动现象(结构变形)。如果出现了颗

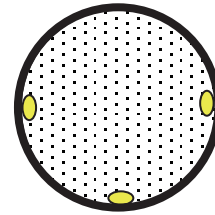


图 20 岩心—封套—微间隙  
Fig. 20 Core-sleeve-microinterstice

粒间的滑动,岩心就碎了。实际上测量完压缩系数之后,岩心仍然完好无损,说明没有出现结构变形。结构变形只存在于疏松的介质之中(图5),致密介质不会出现。颗粒出现滑动,就不叫压缩了,而叫压实。由于无法取到完整的岩心,疏松介质的压缩系数也是不能实测的,人们平时测量的压缩系数都是致密岩石的。

现在再分析一下式(38),毛博士从公式形式上得出孔隙压缩系数与孔隙度负相关的认识,这个认识明显不正确。实际上,毛博士误解了自己导出的式(38),公式中介质外观体积的压缩系数并不是一个常数,而是随孔隙度发生变化,孔隙度越大,岩石中的孔隙体积就越多,岩石就越容易压缩,外观体积的压缩系数也就越高,笔者在文献[9]中给出了外观体积压缩系数与孔隙度的关系式,即

$$c_b = \frac{c_s}{1 - \phi} \quad (39)$$

把式(39)代入式(38),整理后得到的公式正是笔者提出的式(37),孔隙压缩系数与孔隙度没有出现负相关,而是正相关。毛博士没有把公式推导彻底,在中间阶段就下结论,于是就出现了上面的错误认识。错误产生的根源就是把外观体积的压缩系数当作常数了,虽然骨架的压缩系数为常数,但外观体积的压缩系数却是随孔隙度变化的一个变量。

体积法之所以测量出了逻辑反转的实验结果(Hall图版),是由于测量方法本身存在的系统误差所致。若采用笔者提出的弹性模量法<sup>[8]</sup>,则测量出了正确的逻辑关系,孔隙度越高的岩石,其孔隙压缩系数也越高(表2)。而且,岩石的孔隙压缩系数都远低于了流体的压缩系数。地层水的压缩系数一般在 $(3 \sim 5) \times 10^{-4} \text{MPa}^{-1}$ 。

## 9 结论

(1)Terzaghi有效应力为外压与内压的简单差值,它只适用于极其疏松的多孔介质,不适用于致密介质。Biot有效应力是对Terzaghi有效应力的修正,由于Biot系数没有明确的物理意义,通常取经验值,因而是一

表 2 岩石力学参数和孔隙压缩系数

Table 2 Mechanical parameters of rocks and pore compressibility

岩心编号	岩性	$E/\text{MPa}$	$\nu$	$\phi$	$c_p/\text{MPa}^{-1}$	Hall图版值/ $\text{MPa}^{-1}$
1	灰岩	49 800	0.25	0.05	$0.02 \times 10^{-4}$	$9.55 \times 10^{-4}$
2	砂岩	14 500	0.28	0.15	$0.14 \times 10^{-4}$	$5.91 \times 10^{-4}$
3	白云岩	34 000	0.26	0.07	$0.03 \times 10^{-4}$	$8.24 \times 10^{-4}$

表中： $E$ 为岩石弹性模量，MPa； $\nu$ 为泊松比，无因次。

个经验公式。

(2)多孔介质存在本体变形和结构变形两种基本的变形机制。与两种变形机制相对应，多孔介质存在本体有效应力和结构有效应力两个有效应力，合称为双重有效应力。双重有效应力考虑了介质的物质结构，引入了介质的物性参数，可用于不同的介质类型，方便而灵活。

(3)新双重有效应力的概念定义不严谨，总有效应力又替代了新双重有效应力，而总有效应力又是Skempton有效应力，这让新双重有效应力失去了意义。

(4)新双重有效应力无法解释自然现象，也无法通过实践的检验，在新双重有效应力理论指导下导出的孔隙压缩系数与孔隙度不是负相关，而是正相关。

## 【结束语】

Terzaghi有效应力为多孔介质的外压与内压的简

单差值，公式形式简单，没有待定参数，使用方便，因而受到人们的喜欢。但严格说来，Terzaghi有效应力并不科学，也没有适用对象，只能近似用于极其疏松的土介质，并不适合于致密的岩石。Biot有效应力是对Terzaghi有效应力的修正，算是一个进步，但公式中多了一个待定参数Biot系数，使用起来相对麻烦一些。由于Biot系数缺少严格的物理意义，为了确定它的数值，人们做了大量的实验研究。由于实验存在的表皮效应和随机误差，测量的结果五花八门，且数量极大，但依然无法从中得出统一的结论。笔者从多孔介质的变形机制出发，通过严格的力学分析，建立了多孔介质的双重有效应力，明确了有效应力的物理意义，给多孔介质的力学研究提供了方便，也让实验研究有了理论依据。希望双重有效应力能够成为大家研究多孔介质力学的理论工具，也欢迎大家继续对其进行质疑和批判，以便今后对其不断改进和完善。

## 参考文献

- [1] 耶格J C,库克N G W著.中国科学院力学研究所译.岩石力学基础[M].北京:科学出版社,1981:253-276. [JAEGER J C, COOK N G W. Fundamentals of rock mechanics[M]. Beijing: Science Press, 1981: 253-276.]
- [2] 张维.世界著名科学家传记—力学家[M].北京:科学出版社,1995:180-187. [ZHANG Wei. Biography of world famous scientists-dynamicist[M]. Beijing: Science Press, 1995: 180-187.]
- [3] BIOT M A. General theory of three-dimensional consolidation[J]. Applied Physics, 1941, 12(2): 155-164.
- [4] 李传亮,孔祥言,徐献芝,等.多孔介质的双重有效应力[J].自然杂志,1999,21(5):288-292. [LI C L, KONG X Y, XU X Z, et al. Dual effective stresses of porous media[J]. Chinese Journal of Nature, 1999, 21(5): 288-292.]
- [5] 李传亮.多孔介质的有效应力及其应用研究[D].合肥:中国科学技术大学,2000. [LI C L. Effective stress of porous media and its applications[D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2000.]
- [6] 李传亮,孔祥言.岩石强度条件分析的理论研究[J].应用科学学报,2001,19(2):103-106. [LI C L, KONG X Y. Theoretical study of rock strength conditions[J]. Journal of Applied Sciences, 2001, 19(2): 103-106.]
- [7] 李传亮.岩石压缩系数与孔隙度的关系[J].中国海上油气(地质),2003,17(5):355-358. [LI C L. The relationship between rock compressibility and porosity[J]. China Offshore Oil and Gas(Geology), 2003, 17(5): 355-358.]
- [8] 李传亮.岩石压缩系数测量新方法[J].大庆石油地质与开发,2008,27(3):53-54. [LI C L. A new measurement method of rock compressibility[J]. Petroleum Geology & Oilfield Development in Daqing, 2008, 27(3): 53-54.]
- [9] 李传亮,朱苏阳.岩石的外观体积和流固两相压缩系数[J].岩性油气藏,2015,27(2):1-5. [LI C L, ZHU S Y. Compressibility

- coefficients of bulk volume and fluid-solid of rocks[J]. *Lithologic Reservoirs*, 2015, 27(2): 1–5.]
- [10] 李传亮, 朱苏阳. 应用压缩系数确定地震波速的新方法[J]. *岩性油气藏*, 2016, 28(4): 78–81. [LI C L, ZHU S Y. Determination of seismic wave velocity by compressibility of rocks[J]. *Lithologic Reservoirs*, 2016, 28(4): 78–81.]
- [11] 李传亮. 低渗透储层不存在强应力敏感[J]. *石油钻采工艺*, 2005, 27(4): 61–63. [LI C L. Low permeability rocks are less sensitive to stress[J]. *Oil Drilling & Production Technology*, 2005, 27(4): 61–63.]
- [12] 李传亮. 储层岩石的应力敏感性评价方法[J]. *大庆石油地质与开发*, 2006, 25(1): 40–42. [LI C L. Evaluation method for stress sensitivity of reservoir rock[J]. *Petroleum Geology & Oilfield Development in Daqing*, 2006, 25(1): 40–42.]
- [13] 李传亮, 孔祥言, 杜志敏, 等. 多孔介质的流变模型研究[J]. *力学学报*, 2003, 35(2): 230–234. [LI C L, KONG X Y, DU Z M, et al. A study of the rheological model of porous media[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2003, 35(2): 230–234.]
- [14] 李传亮, 孔祥言. 油井压裂过程中岩石破裂压力计算公式的理论研究[J]. *石油钻采工艺*, 2000, 22(2): 54–56. [LI C L, KONG X Y. A theoretical study on rock breakdown pressure calculation equations of fracturing process[J]. *Oil Drilling & Production Technology*, 2000, 22(2): 54–56.]
- [15] 李传亮. 射孔完井条件下的岩石破裂压力计算公式[J]. *石油钻采工艺*, 2002, 24(2): 37–38. [LI C L. Rock breakdown pressure calculation equations of fracturing process in perforated wells[J]. *Oil Drilling & Production Technology*, 2002, 24(2): 37–38.]
- [16] 洪亮, 刘雄志, 杨兆平, 等. 对多孔介质双重有效应力理论的讨论[J]. *新疆石油地质*, 2014, 35(6): 732–737. [HONG L, LIU X Z, YANG Z P, et al. Discussion on the theory of the double effective stresses of porous medium[J]. *Xinjiang Petroleum Geology*, 2014, 35(6): 732–737.]
- [17] 李传亮. 关于双重有效应力——回应洪亮博士[J]. *新疆石油地质*, 2015, 36(2): 238–253. [LI C L. Discussion on the dual effective stresses of porous media—reply to Dr Hong Liang[J]. *Xinjiang Petroleum Geology*, 2015, 36(2): 238–253.]
- [18] 毛小龙, 刘月田, 冯月丽, 等. 双重有效应力再认识及其综合作用[J]. *石油科学通报*, 2018, 3(4): 390–398. [MAO X L, LIU Y T, FENG Y L, et al. Re-recognition of dual effective stresses and the comprehensive effect[J]. *Petroleum Science Bulletin*, 2018, 3(4): 390–398.]
- [19] 李传亮. 油藏工程原理(第三版)[M]. 北京: 石油工业出版社, 2017: 76–104. [LI C L. *Fundamentals of reservoir engineering (3rd edition)*[M]. Beijing: Petroleum Industry Press, 2017: 76–104.]
- [20] 李传亮. 岩石本体变形过程中的孔隙度不变性原则[J]. *新疆石油地质*, 2005, 26(6): 732–734. [LI C L. The principle of rock porosity invariability in primary deformation[J]. *Xinjiang Petroleum Geology*, 2005, 26(6): 732–734.]
- [21] 杜修力, 张佩, 许成顺, 等. 论有效应力原理与有效应力[J]. *岩土工程学报*, 2018, 40(3): 486–494. [DU X L, ZHANG P, XU C S, et al. On principle of effective stress and effective stress[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2018, 40(3): 486–494.]
- [22] LADE P V, de BOER R. The concept of effective stress for soil, concrete and rock[J]. *Geotechnique*, 1997, 47(1): 61–78.
- [23] WARPINGKI N R, TEUFEL L W. Determination of the effective stress law for permeability and deformation in low permeability rocks[J]. *SPE Form. Eval.*, 1992, 7(2): 123–131.
- [24] SKEMPTON A W. Effective stress in soils, concrete and rock[C]// *Conference on Pore Pressure and Suction in Soils*, London: Butterworths, 1960: 4–16.
- [25] NUR A, BYERLEE J D. An exact effective stress law for elastic deformation of rock with fluids[J]. *J. Geophys. Res.* 1971, 76(26): 6414–6419.
- [26] CARROLL M M. An effective stress law for anisotropic elastic deformation[J]. *J. Geophys. Res.*, 1979, 84(B13): 7510–7512.
- [27] ZOBACK M D, BYERLEE J D. Permeability and effective stress[J]. *AAPG Bulletin*, 1975, 59(1): 154–158.
- [28] BERNABE Y. The effective pressure law for permeability during pore pressure and confining pressure cycling of several crystalline rocks[J]. *J. Geophys. Res.*, 1987, 92(B1): 649–657.
- [29] SCHIFFMAN R L. The stress components of a porous medium[J]. *J. Geophys. Res.*, 1970, 75(20): 4035–4038.
- [30] HUBBERT M K, RUBEY W W. Role of fluid pressure in mechanics of overthrust faulting[J]. *Bull. Geol. Soc. Am.*, 1959, 70(2): 115–166.
- [31] ZIMMERMAN R W, SOMERTON W H, KING M S. Compressibility of porous rocks[J]. *J. Geophys. Res.*, 1986, 91(B12): 765–777.
- [32] 肖文联, 李闽, 赵金洲, 等. 非线性有效压力计算[J]. *地球物理学报*, 2013, 56(8): 2808–2817. [XIAO W L, LI M, ZHAO J Z, et al. Calculation of non-linear effective pressure[J]. *Chinese J. Geophys.* 2013, 56(8): 2808–2817.]
- [33] FATT I. The Biot-Willis elastic coefficients for a sandstone[J]. *J. Appl. Mech.* 1959, 26(6): 296–297.
- [34] HE J, RUI Z H, LING K G. A new method to determine Biot's coefficients of Bakken samples[J]. *J. Nat. Gas Sci. Eng.* 2016, 35(1): 259–264.
- [35] GEESTMA J. The effect of fluid pressure decline on volumetric changes of porous rocks[J]. *Trans. AIME*, 1957, 210(1): 331–340.
- [36] 李传亮. 多孔介质应力关系方程[J]. *应用基础与工程科学学报*, 1998, 6(2): 145–148. [LI C L. A new equation of stresses in porous media[J]. *Journal of Basic Science and Engineering*, 1998, 6(2): 145–148.]
- [37] 何更生, 唐海. 油层物理(第二版)[M]. 北京: 石油工业出版社, 2011: 85–86. [HE G S, TANG H. *Petrophysics(2nd edition)*[M].

- Beijing: Petroleum Industry Press, 2011: 85-86.]
- [38] 方玉树. 关于Bishop非饱和土有效应力公式等几种有效应力认识的分析[J]. 重庆建筑, 2016, 15(5): 42-44. [FANG Y S. Analysis on understandings on several effective stresses like effective stress equation for bishop unsaturated soil[J]. Chongqing Architecture, 1998, 6(2): 145-148.]
- [39] Hall H N. Compressibility of reservoir rocks[J]. Trans. AIME, 1953, 198(1): 309-311.
- [40] 李传亮. 岩心分析过程中的表皮效应[J]. 天然气工业, 2006, 26(11): 38-39. [[LI C L. Skin effect in core analysis[J]. Natural Gas Industry, 2006, 26(11): 38-39.]

(编辑 付娟娟)