

机理和智能融合下压裂泵压预测及应用

李格轩¹, 陈志明^{1,2*}, 胡连博¹, 廖新维¹, 张来斌¹

1 中国石油大学(北京)石油工程学院, 北京 102249

2 美国德州大学奥斯汀分校石油与地质工程学院, 德州奥斯汀 TX78712, 美国

* 通信作者, zhimingchn@cup.edu.cn

收稿日期: 2023-08-03; 修回日期: 2024-01-17

国家自然科学基金项目(No.52074322、No.52274046)资助

摘要 我国页岩油气的高效开发离不开大规模压裂技术。页岩油气大规模压裂过程时间长, 压裂砂堵事故易发生且后果严重, 开展其预警研究对页岩油气压裂施工安全意义重大。然而, 目前仍缺乏压裂砂堵主控因素分析及其施工泵压预测的有效手段。针对此问题, 考虑压裂机理和泵压变化特征, 建立了一套压裂施工过程中泵压实时预测的方法, 以开展砂堵预警研究。首先, 采用压裂模拟器模拟压裂全过程泵压变化, 通过改变不同流体性质与地层参数开展泵压变化规律的主控因素分析, 并采用灰色关联分析方法进行主控因素排序。其次, 基于断裂力学、支撑剂运移理论和长短时记忆神经网络(LSTM)模型, 建立施工泵压预测框架及模型, 形成机理和智能融合下的压裂砂堵预警方法, 最后基于砂堵预警方法开展了现场压裂砂堵预警实例应用。结果表明, 影响典型井施工泵压的因素由主到次依次为排量、流体黏度、主应力差、砂浓度、裂缝簇数及孔眼数。当其他参数不变时, 随着流体黏度、主应力差及排量的增大, 施工泵压增加; 随着裂缝簇数、孔眼数及砂浓度增加, 施工泵压降低。将该压裂砂堵预测方法应用于矿场实际, 对压裂砂堵事故进行判识和预警, 预测砂堵时间较现场人工识别提前 19 s, 得到相对误差约为 6.8%。建立的砂堵智能预警方法可靠性较好, 预测泵压与现场泵压基本吻合, 实现了压裂砂堵精确预警, 对页岩油气压裂过程中砂堵预警具有良好的借鉴意义。

关键词 页岩储层; 压裂砂堵; 断裂力学; 智能预警; LSTM模型

中图分类号: TE319; TE357.1

Pump pressure prediction and application based on mechanism and intelligence

LI Gexuan¹, CHEN Zhiming^{1,2}, HU Lianbo¹, LIAO Xinwei², ZHANG Laibin¹

1 College of Petroleum Engineering, China University of Petroleum-Beijing, Beijing 102249, China

2 College of Petroleum & Geosystems Engineering, The University of Texas at Austin, Austin TX 78712, USA

Received: 2023-08-03; Revised: 2024-01-17

Abstract Efficient development of shale oil and gas in China relies on factory operations and large-scale fracturing technology. Large-scale fracturing of shale oil and gas requires a long time and numerous equipment and facilities, with frequent and severe

引用格式: 李格轩, 陈志明, 胡连博, 廖新维, 张来斌. 机理和智能融合下压裂泵压预测及应用. 石油科学通报, 2024, 04: 586-603

LI Gexuan, CHEN Zhiming, HU Lianbo, LIAO Xinwei, ZHANG Laibin. Pump pressure prediction and application based on mechanism and intelligence. Petroleum Science Bulletin, 2024, 04: 586-603. doi: 10.3969/j.issn.2096-1693.2024.04.044

incidents of fracturing sand blockage. The research on early warning research in these incidents is crucial for the safety of shale oil and gas fracturing operations. However, the effective methods for analyzing the main control factors of fracturing sand blockage and predicting the pump pressure during operations are lacked. To study this issue, considering the fracturing mechanism and pump pressure variation characteristics, a method for real-time prediction of pump pressure during fracturing operations has been established to conduct sand blockage early warning research here.

First, a fracturing simulator was used to simulate the entire process of pump pressure changes during fracturing. By altering different fluid properties and formation parameters, the main control factors of pump pressure variation were analyzed, and the grey correlation analysis method was used to rank these factors. Secondly, based on fracture mechanics, proppant transport theory, and the Long Short-Term Memory (LSTM) neural network model, a framework and model for predicting pump pressure during operations was established, forming a method for early warning of fracturing sand blockage under the integration of mechanism and intelligence. Finally, the early warning method for sand blockage was applied to actual field fracturing operations.

Results indicate that the factors affecting the pump pressure of a typical well, from most to least significant, are discharge rate, fluid viscosity, differential principal stress, sand concentration, number of fracture clusters, and number of perforations. When other parameters remain constant, as fluid viscosity, differential principal stress, and discharge rate increase, the pump pressure increases; as the number of fracture clusters, perforations, and sand concentration increase, the pump pressure decreases. This method can be used for the identification and early warning of fracturing sand blockage incidents in the actual field operations, which is 19 seconds earlier than on-site manual identification, with a relative error of about 6.8%. The predicted pump pressure is friendly matched with the actual field one, which is helpful in accurate early warning of fracturing sand blockage.

Keywords shale reservoir; fracturing sand blockage; fracture mechanics; intelligent early-warning; LSTM

doi: 10.3969/j.issn.2096-1693.2024.04.044

0 引言

我国的页岩油气勘探开发已进入工业化开采阶段,页岩油气的高效开发离不开工厂化作业^[1]和大规模压裂技术。与常规压裂相比,页岩油气大规模压裂时间长且设备设施多,现场作业情况更复杂,其中压裂砂堵事故发生最为频繁且后果严重,发生后轻则对设备管线造成损坏,重则破坏地层渗流污染环境,甚至导致油气井报废^[2-3]。因此,研究页岩油气压裂砂堵事故的安全预警方法,对页岩油气压裂施工的安全进行意义重大。

现场实践表明,当砂堵事故发生时,压裂施工曲线中的泵压将呈骤升趋势,泵压变化是判断是否发生砂堵的重要指标。基于此,目前国内外学者建立了一些压裂砂堵识别方法,主要包括特征分析法、净压力拟合法、斜率反转法和数据驱动法等,如黄月明等^[4]研究了现场大量压裂施工曲线,总结了砂堵泵压的变化特征,并建立了泵压特征分析法,为基于泵压曲线变化趋势判识砂堵提供了理论依据。同时,净压力拟合法也是常用的砂堵判别方法,该方法根据净压力及其导数变化判断砂堵,梁顺武等^[5]利用净压力与时间的双对数曲线以判断是否发生了砂堵,即当双对数曲线中净压力曲线斜率大于1时,判断井下发生了砂堵事故。余东合等^[6]在监测压裂施工参数的基础上,通

过压力-时间双对数曲线的斜率进行压裂砂堵实时预警。净压力拟合法为压裂砂堵预警提供了重要手段,但压力双对数曲线变化非常敏感,极大影响了结果的精度。何智慧等^[7]对此进一步提出了一种基于斜率反转法的砂堵预警方法。在压裂加砂阶段,地面压力以一定的斜率逐渐降低(负斜率),而充满携砂液后,压力开始以正斜率逐渐上升,若斜率发生较大偏离,则判断压裂施工即将发生砂堵。斜率反转法虽简单、易操作,可避免净压力的复杂计算,但在预测异常工况时具有较大的局限性,将会产生多次误警。为提高预测精度,胡瑾秋等^[8]基于数据驱动等手段,采用长短时记忆神经网络(LSTM)算法,建立了多变量时间序列的泵压预测模型,较准确地预测了压裂施工曲线的变化趋势。以上的特征分析法、净压力拟合法和斜率反转法对压裂砂堵预警研究具有重要意义,但多基于操作人员主观经验判断,容易造成误判和漏判,而数据驱动方法具有客观性,但其整体较依赖于纯数据驱动^[9-12],并未充分考虑压裂过程的机理特征。同时,国内外一些压裂施工监测系统^[13-14]侧重于数据的监测、采集和远距离传输,缺乏预警功能。

然而,在页岩储层压裂过程中,准确及时地分析施工压力曲线的变化并做出判断,在曲线发生明显变化的时间点,快速采取相应措施可较大程度上避免重大事故的发生,预测出曲线急剧上升的点并提前准备

好相应措施,可有效减缓砂堵事故的发生,以保证压裂施工安全。因此,可探索建立机理和智能融合的压裂砂堵智能预警模型和方法,开展以断裂力学为基础的压裂模拟,分析压裂施工参数与施工曲线间的潜在规律,确定泵压变化规律的主控因素,并基于LSTM模型形成机理和智能融合下的压裂砂堵预警方法,最后开展实际矿场的压裂砂堵预警实例分析。

1 理论基础

1.1 断裂力学及支撑剂运移理论

为确定泵压变化规律的主控因素,建立机理和智能融合下的压裂砂堵预警方法,需首要分析压裂施工参数与施工曲线间的潜在规律。基于断裂力学、井筒和裂缝内流体流动理论及支撑剂运移理论,开展压裂施工过程中裂缝位移扩展方向及施工压力的数值模拟研究。采用位移不连续法(DDM)^[15-16]和三维修正因子计算力学相互作用下法向位移和剪切位移,利用最大周向应力理论^[17]确定裂缝扩展方向,进一步采用Kirchoff第二定律计算施工泵压。

(1) 断裂力学理论

Crouch创立的DDM^[18]是一种特殊的边界元方法,用于处理类裂缝几何问题。弹性区域内点 ξ 处的应力为该区域边界 S^+ 上位移 Δu_i 的积分(图1):

$$\sigma_{jk}(\xi) = \int_S E_{ijk}(\xi, \eta) \Delta u_i(\eta) dS(\eta) \quad (1)$$

式中, $E_{ijk}(\xi, \eta)$ 是张量场,表示点 ξ 的集中力对点 η 的位移的影响, Δu_i 是位移距离。由于上述方程难以得到解析解,故采用数值法求解。基于Olson推导的三维

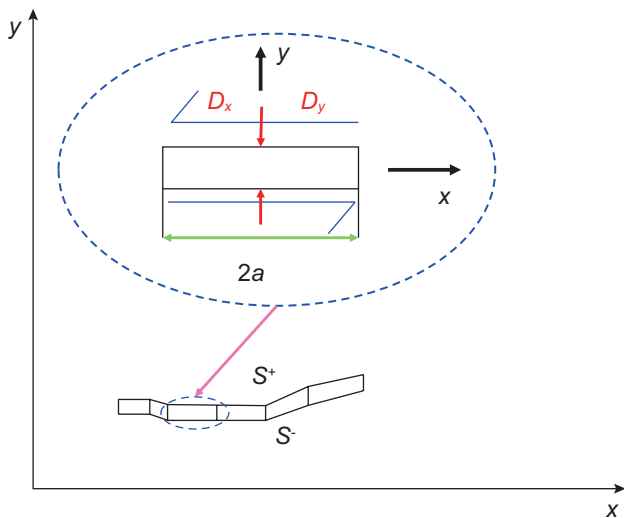


图1 具有裂缝几何形状的二维边界示意图^[15]

Fig. 1 The 2D boundary diagram with crack geometry^[15]

校正因子,结合裂缝和水平井筒内流动方程、物质守恒方程^[19-20],采用单一非平面断裂模型可开展裂缝扩展问题求解。

(2) 流体流动理论

单一裂缝中流体流动:

通过岩石裂缝的流体流动由流体力学的Navier-Stokes方程建模,当假设两个平行且光滑的破裂面之间的通道中存在均匀的压力梯度时,可以简化Navier-Stokes方程^[21]:

$$\frac{\partial p}{\partial s} = 2^{n'+1} k' \left(\frac{1+2n'}{n'} \right)^{n'} h^{-n'} w^{-(2n'+1)} Q^{n'} \quad (2)$$

水平井筒中流体流动:

忽略井筒储存效应,总注入速率应该是所有裂缝的注入速率之和,其中井筒底部的压力等于井筒摩擦压降、射孔摩擦压降和第一段裂缝中的压力之和^[22]:

$$\begin{cases} Q_T = \sum_{i=1}^N Q_i \\ P_0 = p_{w,i} + p_{pf,i} + \sum_{j=1}^i P_{cf,j} \\ p_{pf,i} = \frac{\rho_s}{0.323 \rho_w n_{p,i}^2 d_{p,i}^4} Q_i^2 \\ P_{cf,i} = C_{cf} \sum_{j=1}^i (x_j - x_{j-1}) Q_{w,j}^{n'} \end{cases} \quad (3)$$

式中, P_0 为井筒跟部压力, $P_{w,i}$ 为裂缝压力, $P_{pf,i}$ 为射孔摩擦压力损失, $P_{cf,i}$ 为水平井筒压力损失。

(3) 支撑剂运移理论

流体控制方程由连续性方程、动量守恒方程、能量守恒方程^[23]组成:

$$\frac{\partial(\alpha_f \rho_f)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_f \rho_f u_f) = 0 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\alpha_f \rho_f u_f)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_f \rho_f u_f) \\ = -\nabla p + \alpha_f \nabla \cdot \tau + \alpha_f \rho_f g - S \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{\partial(\rho_f T)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f u_f T) = \nabla \cdot \left(\frac{k}{c_p} \Delta T \right) + S_T \quad (6)$$

式中, α_f 、 ρ_f 、 u_f 和 t 分别为流体体积分率、密度、速度和注入时间; p 、 g 、 τ 和 S 分别为流体压力、重力加速度、黏性应力张量; c_p 、 T 、 k 、 S_T 分别为流体比定压热容、温度、传热系数和内热源。

支撑剂在压裂液中的运动主要为平动与转动,控制方程^[24]为

$$m_i \frac{dV_i}{dt} = F_{pf,i} + \sum_{j=1}^{k_c} (F_{c,ij} + F_{d,ij}) + m_i g I_i \frac{d\epsilon_i}{dt} = \sum_{j=1}^{k_c} T_i \quad (7)$$

式中, m_i 为颗粒质量; v_i 为颗粒平动速度; ζ_i 为颗粒角

速度； F_{pfi} 为流体对颗粒作用力； $F_{c,ij}$ 和 $F_{d,ij}$ 分别为颗粒间相互的弹性力和黏性阻力； k_c 为与颗粒 i 作用的总颗粒数； I_i 为颗粒的转动惯量； T_i 为作用在颗粒上的总扭矩。

砂堵现象是指压裂施工中由于裂缝形成引起的脱砂或支撑剂等物质在施工通道堵塞，导致施工压力升高，最终迫使压裂过程中断的现象。砂堵通常分为脱砂和桥堵：①脱砂指支撑剂在裂缝中提前沉淀形成堵塞，此时砂堵形成过程相对缓慢，通常受到沉降速度的影响；②桥堵则是由于支撑剂在较窄的裂缝中流动易在裂缝内部表面形成桥梁状堵塞物，此时砂堵形成速度相对较快。导致压裂施工中砂堵现象的原因多种多样，主要包括地层特性、设计因素、压裂液特性、以及施工操作等多个因素的综合影响。文中主要从泵压和砂堵之间关系出发，明确砂堵时泵压的变化规律，从而应用于实际压裂施工过程中砂堵识别。

1.2 深度学习理论

深度学习算法在解决非线性、模糊系统的复杂预测、分类问题上表现十分突出。页岩油气压裂过程中的泵压数据一般是全过程持续计量，因此与时间点一一对应。现场实践表明，当砂堵事故发生时，压裂施工曲线中的泵压将呈骤升趋势，泵压变化是判断是否发生砂堵的重要指标，因此砂堵预测可通过预测泵压来体现，可转化为时间序列预测问题，因砂堵事故发生发生在极短时间内，故对预测算法实时性要求较

高。长短时记忆神经网络(Long Short-Term Memory, LSTM)是一种改进的循环神经网络(RNN)，是典型的具有反馈机制时序概念的深度学习模型^[25]，广泛应用于时间序列预测。

因此，可基于LSTM模型，建立机理和智能融合下的压裂砂堵预警方法。基本的LSTM结构由遗忘门，输入门和输出门3个控制门单元组成，隐藏层由神经元改为有门控机制的记忆单元，其基本网络结构如图2所示。LSTM可以将泵压指标数据在时间上的相关性考虑进去，对于解决多元时间序列问题具有良好的表现。LSTM组成结构及计算公式如下所示：

遗忘门：在遗忘门 f_t 中确定前期单元状态 C_{t-1} 信息的取舍，将输入信息 X_t 和上一步隐层的状态 h_{t-1} ，通过激活函数 σ ，输出一个0到1之间的值，0表示完全舍弃，1表示完全保留，如式8所示。将 f_t 与上一时刻的单元状态 C_{t-1} 相乘。

$$f_t = \sigma(W_f \cdot [X_t, h_{t-1}] + b_f) \tag{8}$$

输入门：输入门将决定 X_t 中有多少新的信息加入到单元格状态 C_t 中，主要包含了两步操作，第一步是通过激活函数 σ 更新输入信息 i_t ，如式9，第二步是通过 \tanh 函数进行备选单元格状态 \tilde{C}_t 的更新，如式10所示。

$$i_t = \sigma(W_i \cdot [X_t, h_{t-1}] + b_i) \tag{9}$$

$$\tilde{C}_t = \tanh(W_c \cdot [X_t, h_{t-1}] + b_c) \tag{10}$$

式中， W_i, W_c 分别表示权重， b_i, b_c 分别表示偏置， f, i, o

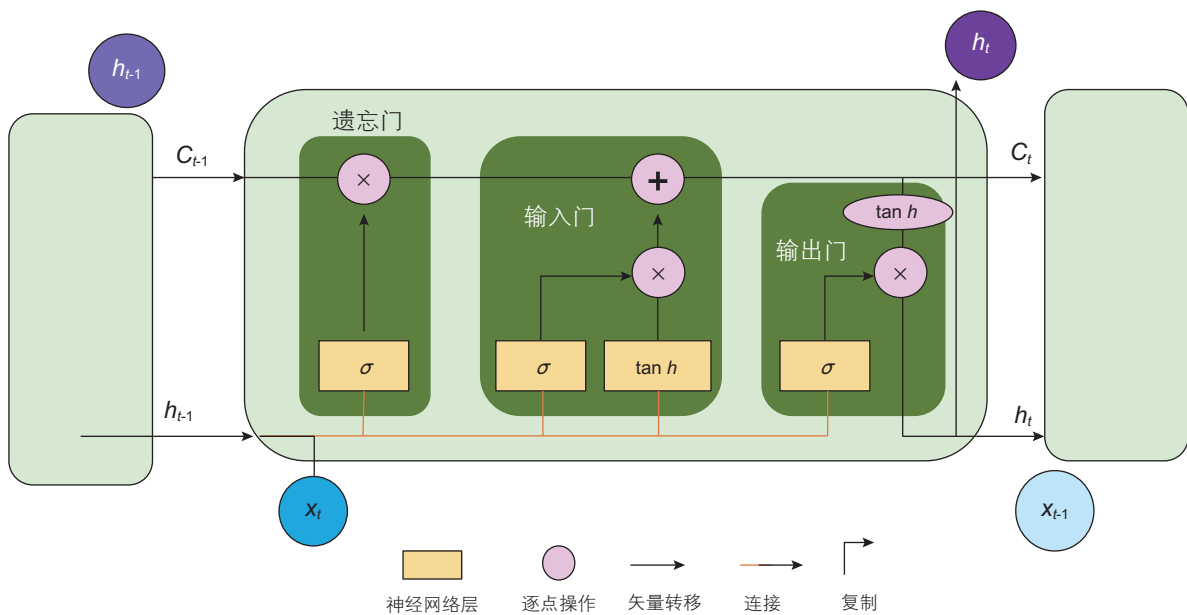


图2 LSTM网络结构示意图^[25]

Fig. 2 Schematic diagram of long short-term memory neural network structure^[25]

分别表示遗忘门、输入门和输出门，激活函数 σ 和 \tanh 的定义如下所示。

$$\sigma(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (11)$$

$$\tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad (12)$$

输出门：输出门是LSTM单元用于计算当前时刻输出值的神经层。输出层会先将当前输入值与上一时刻输出值整合后的向量用sigmoid函数提取其中的信息，然后将当前的单元状态通过tanh函数压缩映射到区间(-1, 1)中。

除LSTM层外，在其后添加线性层对输出结果进行线性变换，将结果整合为预测的泵压，如式13所示。

$$y = W \cdot x + b \quad (13)$$

式中， W, b 分别表示权重和偏置。

2 模拟计算

2.1 压裂模拟

首先需分析压裂施工参数与施工曲线间的潜在规律，确定泵压变化规律的主控因素。结合断裂力学理论和水平井筒内流动方程，采用Olson和Wu的

ZFRAC模拟器开展压裂过程中裂缝扩展问题求解，该模拟器应用牛顿—拉夫森数值方法求解非线性流体流动方程，采用Picard迭代法将断裂力学与流体流动耦合求解，进行裂缝张开剪切、应力阴影以及施工泵压的计算^[26]。该模拟器的具体计算流程如图3所示。

2.2 敏感性分析

通过断裂力学理论和水平井筒流动方程的分析，分析选取排量、砂浓度、流体黏度、主应力差、射孔数及裂缝簇数等6个参数作为自变量，探究压裂泵压变化的主控影响因素。

根据某页岩油井的地层及井位数据建立数值模型，利用压裂模拟过程绘制泵压在各参数下的敏感性图版，找出影响泵压变化的主控因素，也可为后续压裂施工中砂堵预警提供数据。数值模型共有7小层(如图4)，顶深为478.5 m，底深为1650.0 m，孔眼直径为0.011 m，支撑剂主要为石英砂，压裂过程时长为124 min。基于上述参数建立模拟模型后，改变不同参数范围(排量为7~15 m³/min；砂浓度为5~45 kg/m³；流体黏度为3~11 mPa·s；应力差为5~20 MPa；单簇射孔数2~16孔；簇数为1~6)，井轨迹和裂缝扩展如图4和图5所示。基本模型参数如下表所示。

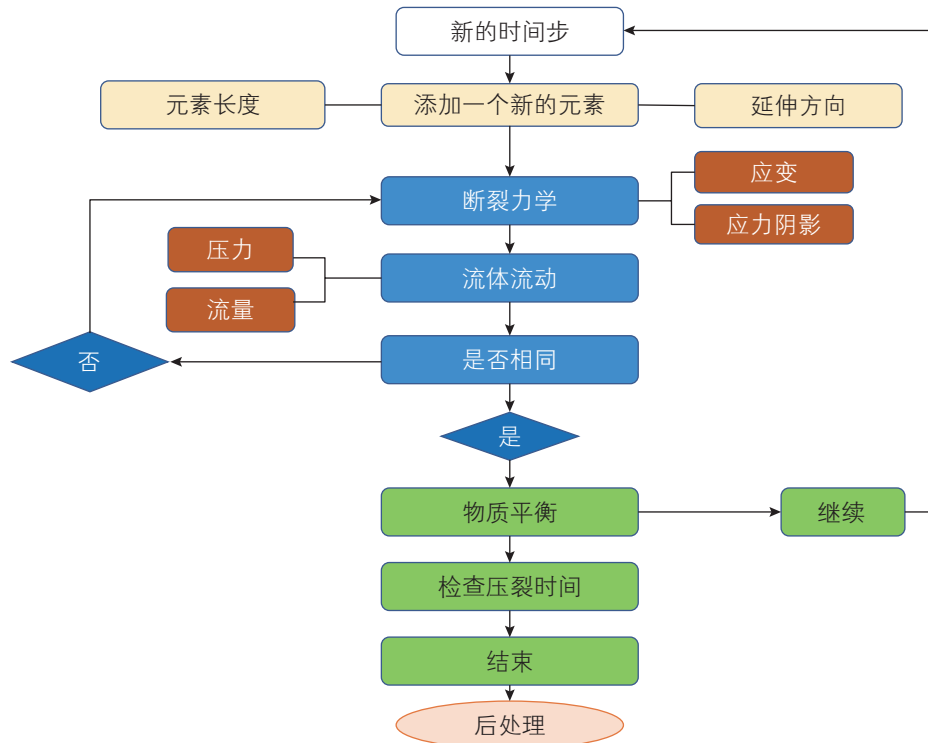


图3 压裂数值模拟流程图^[15]

Fig. 3 Flowchart of numerical solution for fracturing treatments^[15]

表 1 基本模型参数汇总表

Table 1 Summary of basic model parameters

层数	顶层深度/m	底层深度/m	最大应力/MPa	杨氏模量/GPa	泊松比
1	478.5	506.5	30	14.7	0.24
2	506.5	563.0	30	14.7	0.24
3	563.0	753.5	30	14.7	0.24
4	753.5	946.0	30	14.7	0.24
5	946.0	1120.0	30	25.4	0.17
6	1120.0	1450.5	30	25.4	0.17
7	1450.5	1650.0	30	25.4	0.17

2.2.1 排量对泵压曲线形态的影响

改变排量大小，分析其对泵压曲线形态的影响。设置稳定排量从一到五级逐级递增，第一级排量设置为 7 m³/min，第二至五级排量分别设置为 9、11、13、15 m³/min，最后排量均匀递减直至停泵，泵压曲线及裂缝缝宽分布如图 6 所示。从图中可以看出，在排量

逐级递增时其对应的泵压也呈现逐级递增趋势，排量越大对应的施工泵压越大。

根据压力连续性方程(式 3)，当排量增加时，液体与井筒之间的摩阻增加，导致施工泵压增加。从压裂裂缝内流体流动方程可知，排量增大时井筒压力增大；井筒流动时，流体进入各个射孔簇是井筒摩阻、

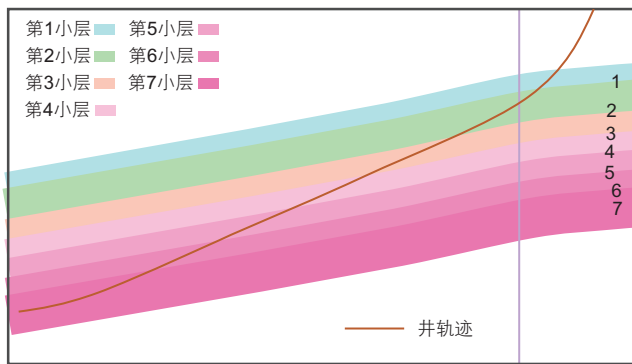


图 4 井轨迹示意图
Fig. 4 Schematic diagram of well trajectory

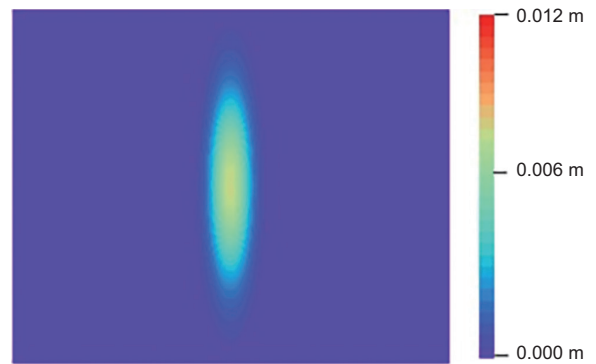
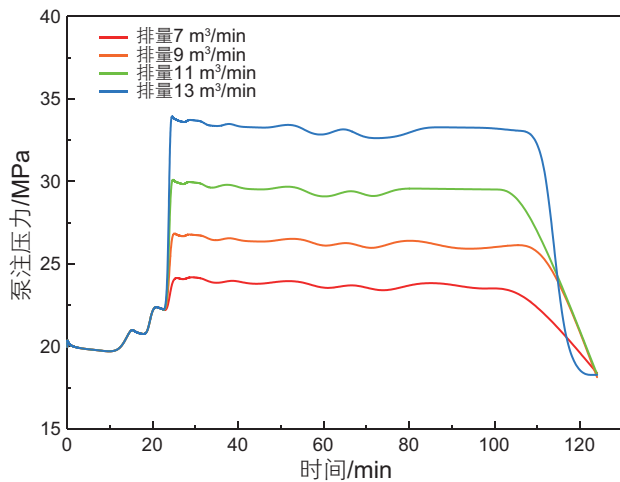
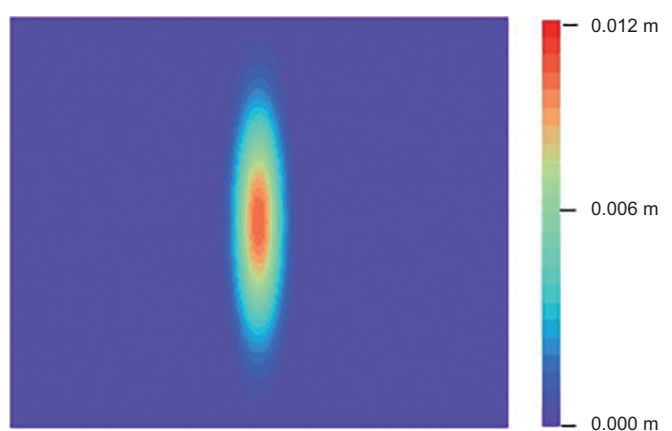


图 5 裂缝宽度分布示意图
Fig. 5 Schematic diagram of fracture width distribution



(a) 逐级增大排量对泵压的影响



(b) 裂缝缝宽分布示意图

图 6 改变排量对泵压曲线的影响及排量为 13 m³/min 时模拟裂缝缝宽分布

Fig. 6 The effect of changing displacement on pump pressure curve and simulating fracture width distribution at a displacement of 13 m³/min

射孔摩阻和裂缝内流体压力的函数,射孔摩阻与排量平方成正比,排量增大导致井筒、孔眼摩阻增大,因此施工泵压增大。

2.2.2 砂浓度对泵压曲线形态的影响

改变砂浓度大小,分析其对泵压曲线形态的影响。为模拟实际情况,砂浓度变化设置为循环变化,即段塞式加砂,将砂浓度设置0到S之间进行循环改变,如0-S-0-S-0,模拟过程中将此变化分为五级,一到五级S值大小逐级增加,分别取5、15、25、35和45 kg/m³。模拟泵压曲线及裂缝宽度分布,如图7所示,随着砂浓度逐级升高其对应的泵压依次下降。

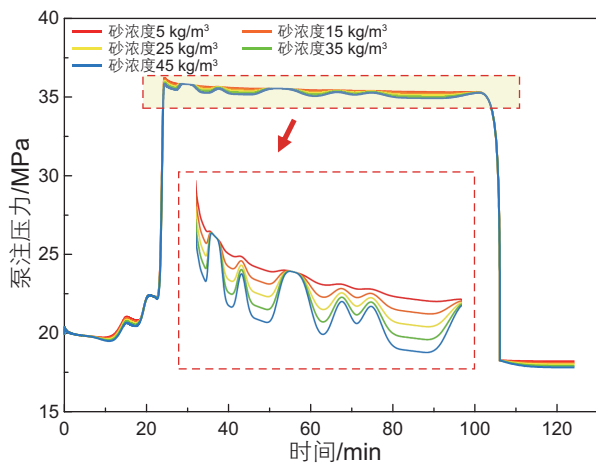
在持续加砂过程中增大砂浓度使得液柱压力升高,

裂缝延伸压力和井筒摩阻无变化。由压力连续性方程以及射孔摩阻公式(式3)可知,射孔摩阻随砂浓度增加而升高,在此二者影响下施工泵压下降。

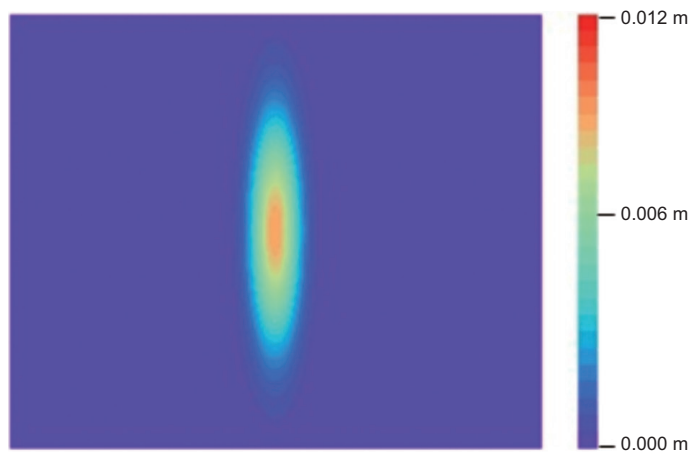
2.2.3 流体黏度对泵压曲线形态的影响

改变流体黏度大小,分析其对泵压曲线形态的影响。将整个压裂过程中流体黏度设为定值,分为3、5、7、9、11 mPa·s五个级别依次递增,模拟泵压曲线及裂缝缝宽分布如图8所示。由图中可看出,随着流体黏度增大其对应的破裂压力也随之增大;在中间阶段排量稳定时流体黏度越大,相应泵压也越大。

压裂液黏度增加使得流体稠度系数和携砂能力增加,压裂液与井筒之间摩阻增大,稠度系数增加导致



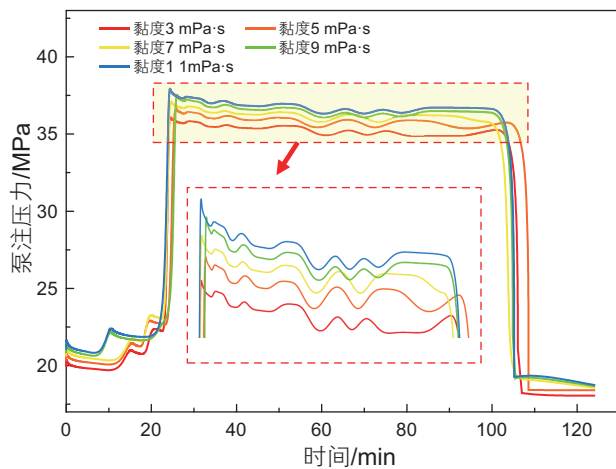
(a) 砂浓度循环变化对泵压的影响



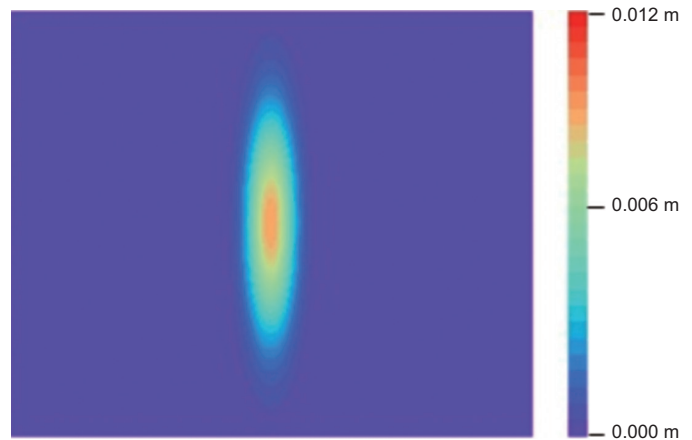
(b) 裂缝缝宽分布示意图

图7 改变砂浓度对泵压曲线的影响及第一级砂浓度循环变化时模拟裂缝缝宽分布

Fig. 7 The effect of changing sand concentration on pump pressure curve and simulating fracture width distribution during cyclic changes in first sand concentration



(a) 流体黏度变化对泵压的影响



(b) 裂缝缝宽分布示意图

图8 改变流体黏度对泵压曲线的影响及流体黏度为11 mPa·s时模拟裂缝缝宽分布

Fig. 8 The effect of changing fluid viscosity on pump pressure curve and simulating fracture width distribution when fluid viscosity is 11 mPa·s

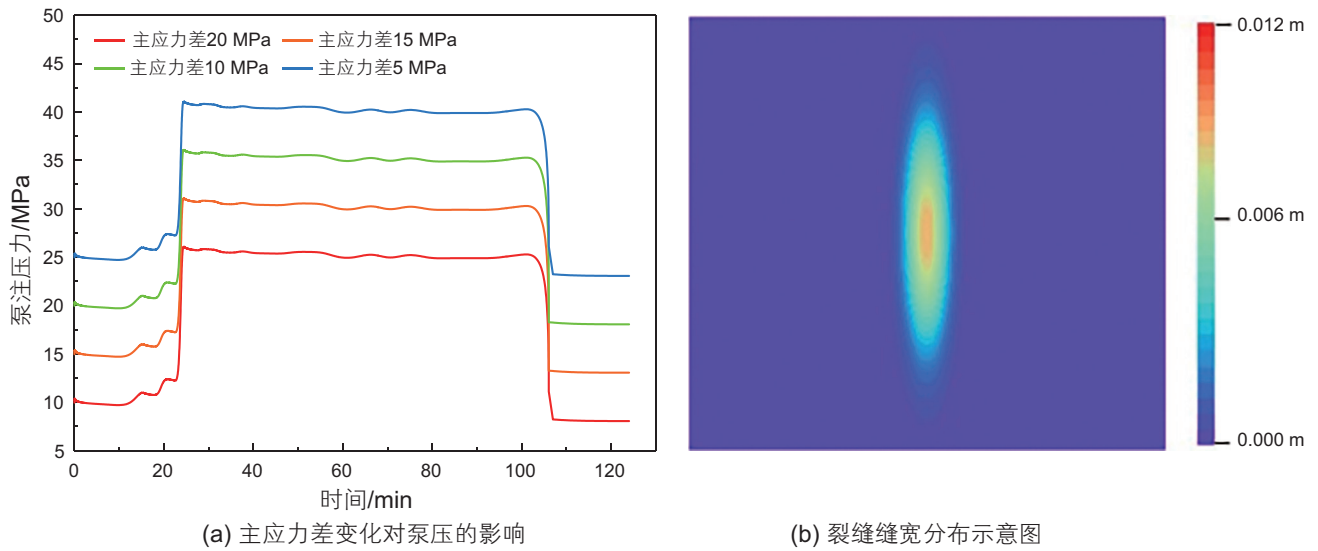


图 9 改变主应力差对泵压曲线的影响及最大应力 30 MPa, 最小应力 25 MPa 下模拟裂缝缝宽分布
 Fig. 9 The effect of changing the main stress difference on the pump pressure curve and simulating the distribution of fracture width under maximum stress of 30 MPa and minimum stress of 25 MPa

裂缝单元内的压力增加, 从而在稳定施工时泵压增加。

2.2.4 主应力差对泵压曲线形态的影响

改变主应力差大小, 分析其对泵压曲线形态的影响。主应力差定义为最大主应力与最小主应力的差值, 其大小能够在一定程度上反映地层破裂的难易程度。定最大主应力为 30 MPa 时, 最小主应力依次设置为 10、15、20 和 25 MPa, 模拟泵压曲线及裂缝缝宽分布如图 9 所示。结果表明, 随着最小主应力的增加, 主应力差减小, 地层破裂压力升高, 泵压增大。

主应力差越大地层越好压开, 破裂压力越小, 达

到地层破裂压力的施工泵压越小。根据马耕^[27]等研究发现, 在垂向应力、最小主应力一定时, 随着主应力差的增大, 破裂压力呈下降趋势, 破裂时间越来越短, 水力裂缝开度随着主应力差的增大反而下降, 压裂液的动力效应更加明显。

2.2.5 射孔数对泵压曲线形态的影响

改变射孔数, 分单/双簇裂缝进行模拟, 分析其对泵压曲线形态的影响。模拟过程中, 一簇射孔数依次设置为 2、4、6、8、10、12、14、16 孔, 模拟泵压曲线如图 10 和 11 所示。结果表明, 无论是单簇还是双簇裂缝, 射孔数目变化均对泵压产生影响, 孔眼数越多其对应的泵压越小。射孔数目为 2 时泵压最大, 当

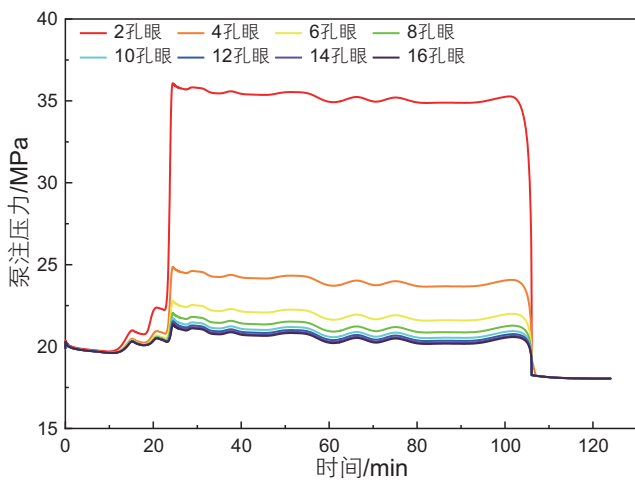


图 10 单簇裂缝改变射孔数对泵压曲线的影响
 Fig. 10 The effect of changing the number of perforations on the pump pressure curve of a single cluster of fracture

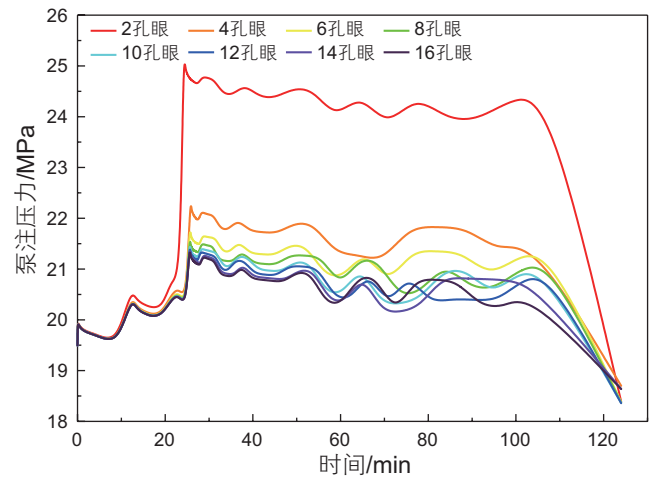


图 11 双簇裂缝改变射孔数对泵压曲线的影响
 Fig. 11 The effect of changing the number of perforations in double cluster fractures on the pump pressure curve

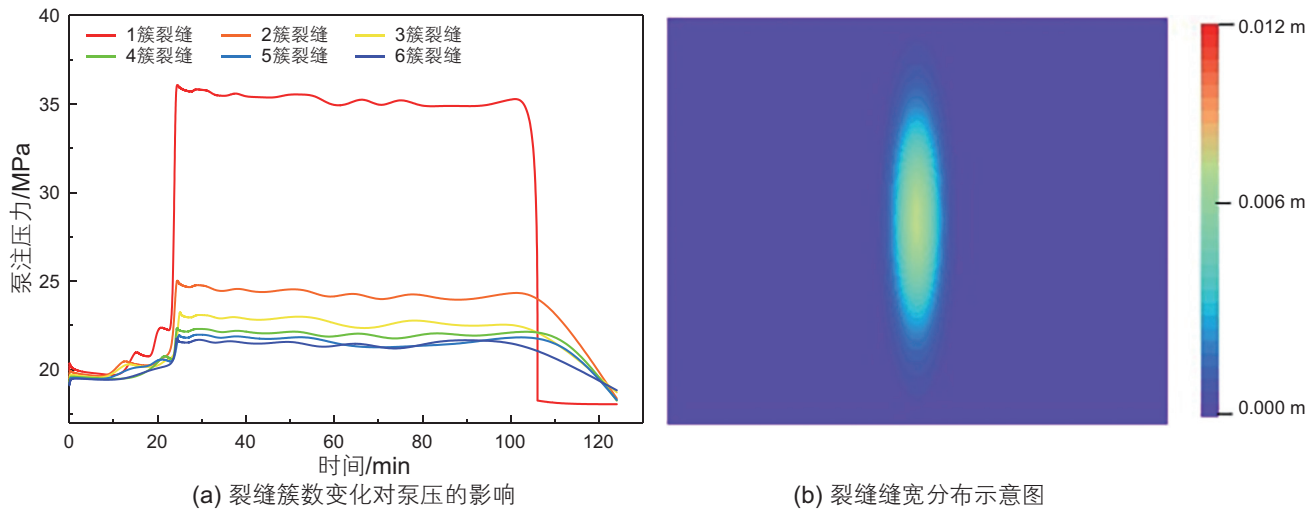


图 12 改变裂缝簇数对泵压的影响及 1 簇裂缝时模拟裂缝缝宽分布

Fig. 12 The effect of changing the number of fracture clusters on pump pressure and simulating the distribution of crack width in single cluster of fractures

孔眼数 ≥ 4 时,随着射孔数目增加,泵压下降幅度越来越小。

由压力连续性方程以及射孔摩阻公式(式 3)可知,射孔数增大时射孔摩阻减小,液体进液通道增多,使得裂缝单元压力越小,相应泵压越小。

2.2.6 裂缝簇数对泵压曲线形态的影响

为探究不同主裂缝簇数下泵压的变化规律,改变簇数,分析其对泵压曲线形态的影响。设置簇数在 1~6 之间变化,每簇裂缝之间的间距定为 10 m,其他参数不变,模拟结果如图 12 所示。结果表明,单簇扩展所需泵压最大,随着簇数的增加,后续裂缝起裂所需泵压不断减小且变化幅度也越来越小。

在单簇裂缝射孔数确定时,裂缝簇数变化与孔眼数变化同理,裂缝簇数增加孔眼摩阻减小,相应的泵压越小。

2.3 主控因素分析

基于上述压裂机理的模拟结果,分析压裂施工参数与泵压曲线之间规律,采用灰色关联分析方法确定泵压变化规律的主控影响因素。灰色关联分析方法是一种多因素统计分析方法,通过求解系统中各因素之间的主要关系,找出影响目标值的重要影响因素^[28]。其中,灰色关联度越大,说明因素间的关联性越强,反之则说明关联性越弱。针对泵压主控因素的筛选,使用初值化方法对数据序列进行无量纲化处理,利用位移差反映两序列间发展过程或量级的相近性^[29]。泵压与任一比较数列在同一样本上的关联系数计算方法如下:

$$\xi_{i,k} = \frac{\min_i \min_k |x_0(k) - x_i(k)| + \rho \max_i \max_k |x_0(k) - x_i(k)|}{|x_0(k) - x_i(k)| + \rho \max_i \max_k |x_0(k) - x_i(k)|} \quad (14)$$

$$i, k = 1, 2, \dots, mt$$

$$x_{i,k} = \frac{\tilde{x}_{i,k} - \mu}{\sigma} \quad (15)$$

式中, $\xi_{i,k}$ 为关联系数; ρ 为分辨系数,它的作用是控制区分度,取值范围是 0~1,分辨系数值越小则区分度越大,文中取 $\rho=0.35$ 。 \tilde{x}_i 是无量纲化处理后的数据, μ 表示样本数据的均值, σ 表示样本数据的标准差,式 15 为标准差标准化处理过程。 $\min_i \min_k ()$ 和 $\max_i \max_k ()$ 分别表示所有样本数据中的最小值和最大值。

灰色关联度计算方法如下所示:

$$\gamma_i = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \xi_{i,k} \quad (16)$$

式中, γ_i 为灰色关联度; m 为因素个数。根据生成的样本,计算出泵压影响因素间的灰色关联度,如图 13 所示,单元的颜色越接近于红色则说明参数间相关性越高。从左往右取第一列矩阵计算结果进行排序,排序后各参数灰色关联度大小见表 2,发现对泵压的影响程度由大到小的参数依次是排量、流体黏度、主应力差、砂浓度、裂缝簇数及孔眼数。

3 泵压预测

3.1 预测模型框架构建

结合泵压变化规律的主控因素,建立长短时记忆

神经网络(LSTM)的压裂泵压预测模型。为提高预测精度,对准备进行输入的参数进行降维处理。考虑到压裂过程中应力场、裂缝簇数及孔眼数一般为恒定值,故将泵压、排量、流体黏度和砂浓度作为预测模型的

输入参数,对下一时间段压裂施工过程中的泵压进行预测。

在深度学习理论上,根据表3参数设置选择加砂压裂施工获得的数据构建LSTM泵压预测模型,

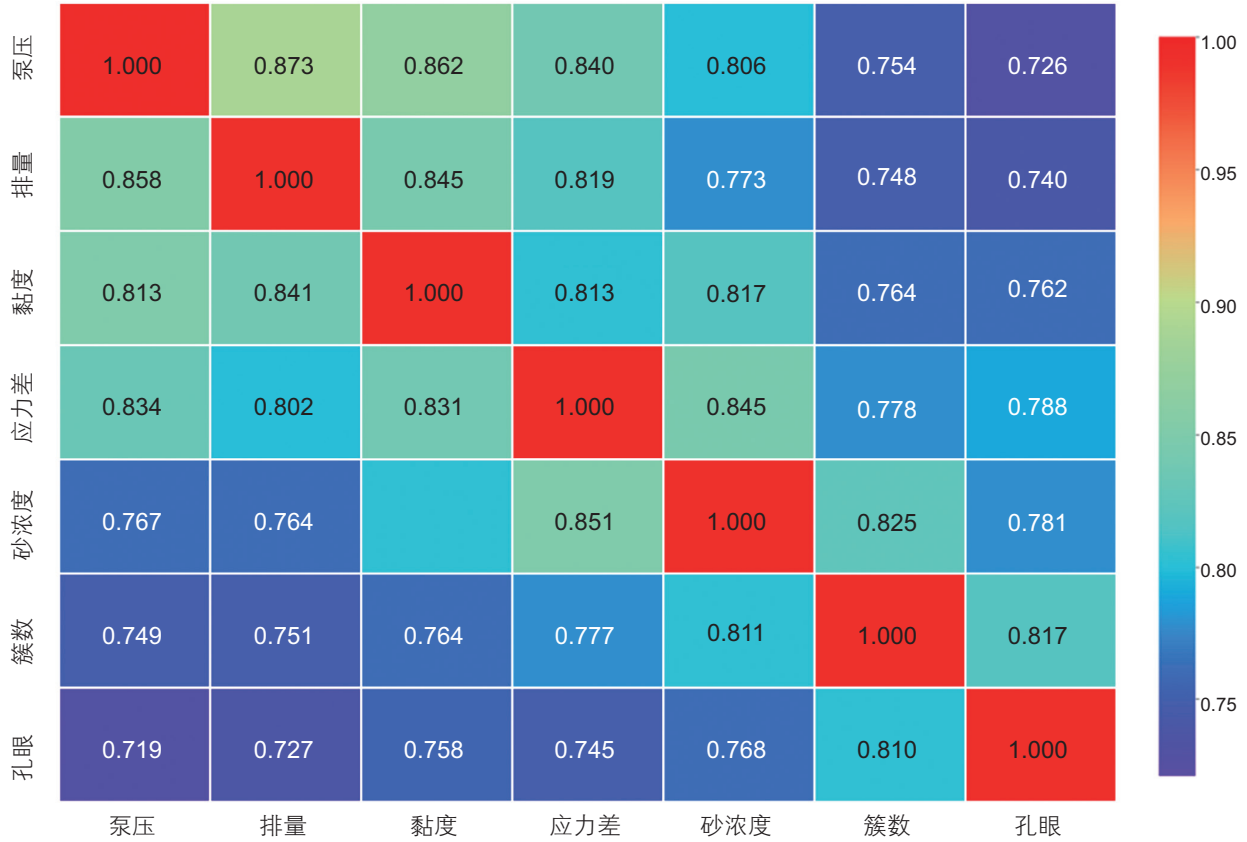


图 13 泵压影响因素灰色关联分析图

Fig. 13 Grey correlation analysis diagram of factors affecting pump pressure

表 2 灰色关联度排序表

Table 2 Gray correlation degree ranking table

排序	参数	灰色关联度
1	排量	0.858
2	流体黏度	0.853
3	主应力差	0.834
4	砂浓度	0.767
5	裂缝簇数	0.749
6	孔眼数	0.719

表 3 输入参数

Table 3 Input parameters

序号	参数名称及单位	参数类别
1	泵压/(MPa)	原始参数/预测参数
2	排量/(m ³ /min)	原始参数
3	压裂液黏度/(mPa·s)	原始参数
4	砂浓度/(kg/m ³)	原始参数

通过可靠性分析确定 LSTM 模型的网络结构。在上文分析的基础上，以敏感性强的压裂参数作为网络输入参数，泵压为输出参数建立预测模型，具体参数见表 3。

针对泵压秒点数据，对 LSTM 模型进行训练。在获取泵压历史数据后，采用滑动窗口的方法进行预测数据的生成。LSTM 网络的输入为滑动窗口尺寸的泵压数据和其他参数随压裂时间组成的序列，输出为下一时间段的泵压，滑动窗口产生样本序列的示意图如图 14 所示。

以 $n = 4$ 为例，如式 17 所示，从开始时刻给定输入向量 $P(1), P(2), P(3), P(4)$ ，让训练好的模型滚动预测 $t \sim n-1$ 个时间步后，即可获得最终的预测泵压。

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{c} \text{输入} \\ \overbrace{P(1), P(2), P(3), P(4)} \\ P(2), P(3), P(4), P(5) \\ \vdots \\ P(t-1), P(t-2), P(t-3), P(t-n) \end{array} & \rightarrow & \begin{array}{c} \text{输出} \\ \overbrace{O(5)} \\ O(6) \\ \vdots \\ O(t) \end{array} \\
 & & (17)
 \end{array}$$

式中， $O(t)$ 为 t 时刻需要预测的泵压，即 LSTM 模型的输出值， $P(t-1), P(t-2), P(t-3) \dots P(t-n)$ 为 $t-n$ 时刻到 t 时刻共计 n 时刻的泵压和压裂时间所组成的序列，其表达式如下所示。

$$\begin{aligned}
 & P(t-1), P(t-2), P(t-3) \dots P(t-n) \\
 & = \left\{ \begin{array}{l} O(t-1), O(t-2), O(t-3) \dots O(t-n) \\ T(t-1), T(t-2), T(t-3) \dots T(t-n) \end{array} \right\} \quad (18)
 \end{aligned}$$

将产生好的数据进行划分，划分为训练集和测试集。由于训练数据是由实际数据的变化规律按顺序产生的，故需要对所有序列实行“洗牌”来增加模型的泛化能力。在训练前，还需对实际数据进行归一化处理，以确保训练误差最终达到收敛的状态。这里采用

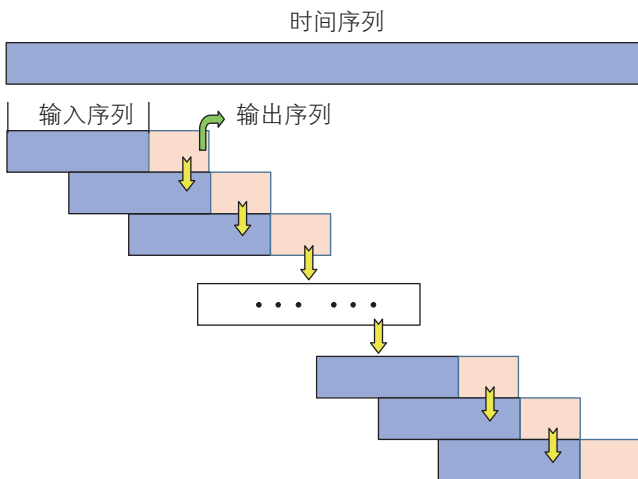


图 14 滑动窗口法示意图
Fig. 14 Schematic diagram of sliding window method

最大最小归一化的处理方式，如式 19 所示：

$$X_N = \frac{X - X_{\min}}{X_{\max} - X_{\min}} \quad (19)$$

式中， X_N 表示 X 归一化后的值， X_{\max}, X_{\min} 分别表示 X 的最大值和最小值。

本文采用单步预测，历史预测窗口 8 个，前 7 个为输入序列，第 8 个为输出序列，下一步中输出值作为新的输入值输入。通过调整预测步长，可实现提前预测，从而可以使现场调整施工方案预防砂堵。构建的 LSTM 泵压预测模型结构包括输入层、LSTM 层、全连接层和输出层，输入层包含了泵压数据及其他影响因素，输出层包含了下一时刻的泵压数据。选择均方误差 (Mean Squared Error, MSE) 作为损失函数，优化算法选择随机梯度下降的 Adam 方法，LSTM 泵压预测流程如图 15 所示。

3.2 预测模型参数确定

建立好 LSTM 泵压预测框架及流程图后，根据选择的泵压、流体黏度、排量及砂浓度 4 个参数 (图 16)，在模拟压裂施工过程中各参数变化的基础上，以压裂施工加砂阶段的前段数据作为训练集训练模型，预测加砂阶段的后段数据。通过可靠性分析确定 LSTM 模型的最优参数，这里主要分析 LSTM 模型隐藏层节点个数 (隐藏层内记忆单元个数)。

针对不同的模型，隐藏层的层数以及隐藏层节点数是不同的，需要考虑输入输出的维度、网络的复杂度、训练样本数量和误差大小等因素。节点少模型泛化能力较差；节点多模型易陷入局部最优甚至过拟合的问题。LSTM 隐藏层节点数指本层内隐藏神经元个

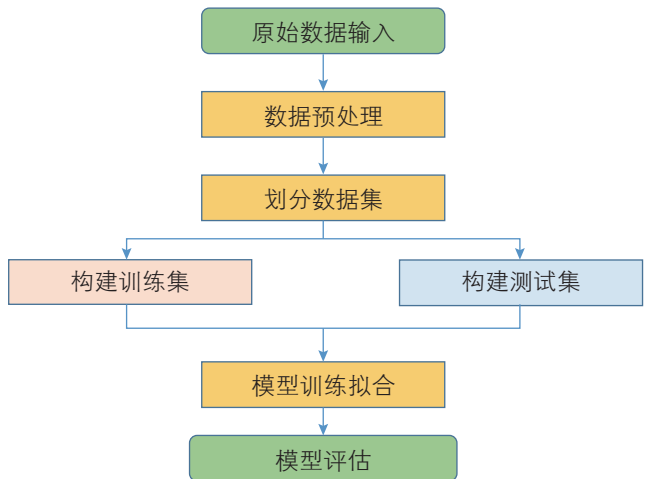


图 15 LSTM 泵压预测流程图
Fig. 15 Pumping pressure forecasting of LSTM process

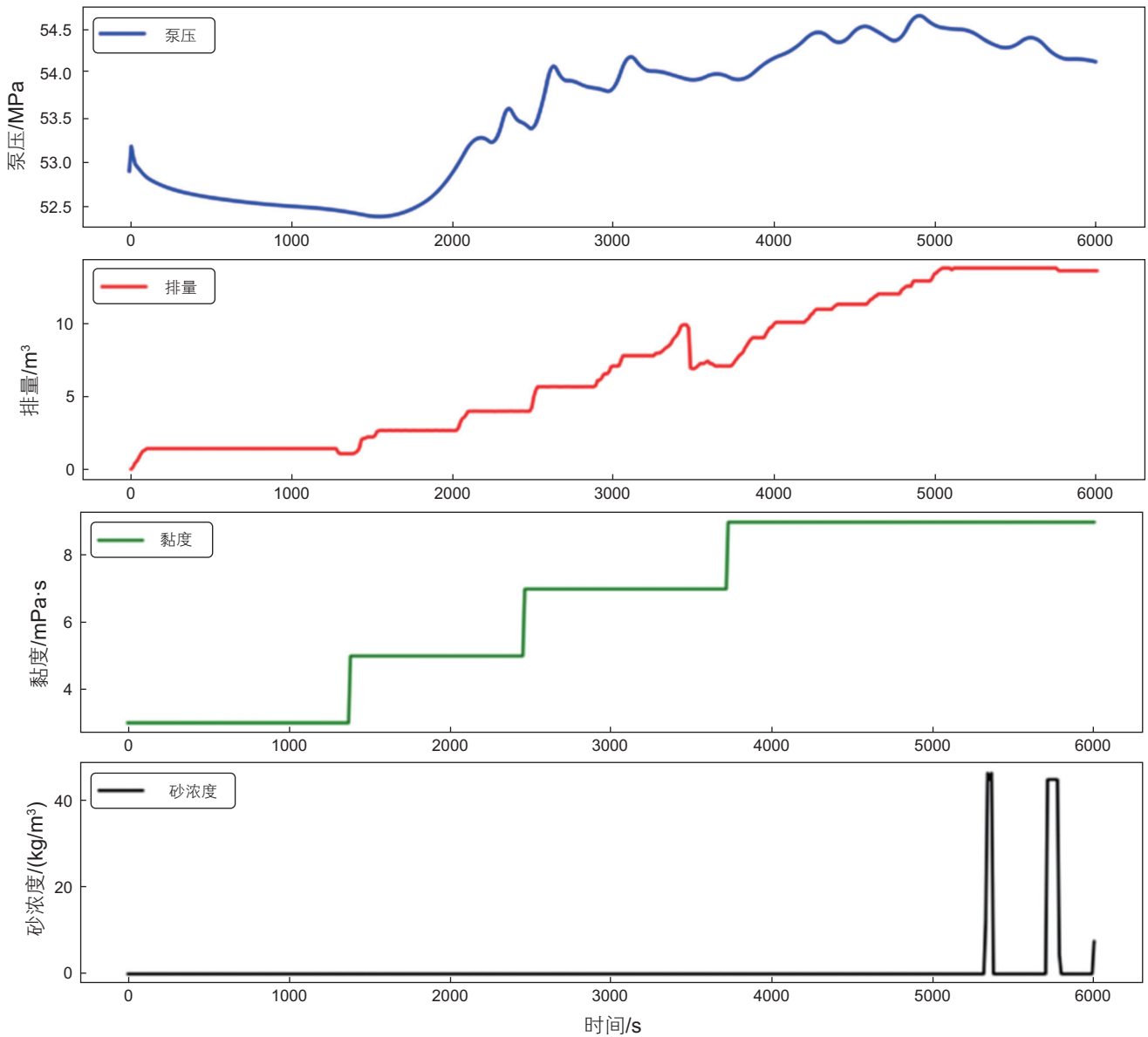


图 16 模拟压裂过程中泵压等四个参数变化

Fig. 16 Simulation of varying parameters during fracturing process

数，其维度等于预测点 1、2、…、 n 的维度，这就是每个时间输出的维度结果。

将数据劈分为不同的范围进行测试集的预测，数据劈分比例为 0.5~0.8，即训练集占整体数据的 50%~80%，设定模型学习率为 0.01，迭代轮次 500 次，将隐藏层节点数分别设置为 4、8、16、32、64 及 128 个，不同节点数在不同数据劈分情况下变化规律如图 17。在对比不同节点数误差趋势变化情况下，本模型选用隐藏层节点数为 8 的模型(图 18)。

由 LSTM 模型滚动预测的泵压数据与模拟泵压数据对比可知(图 19)，模型拟合效果较好，可对未来泵压数据进行实时预测，预测结果具有可靠性。

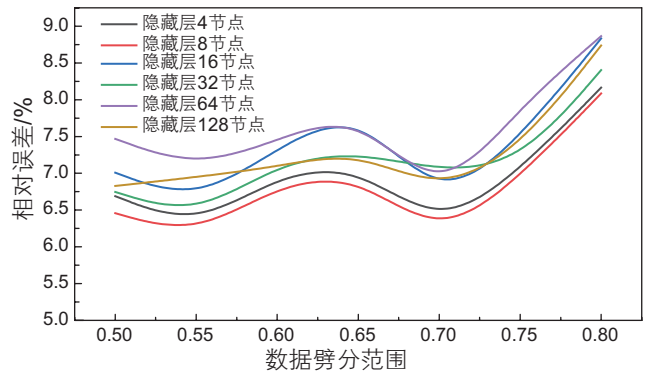


图 17 不同隐藏层节点数下的模型相对误差变化

Fig. 17 Changes in relative error of models under different number of hidden layer nodes

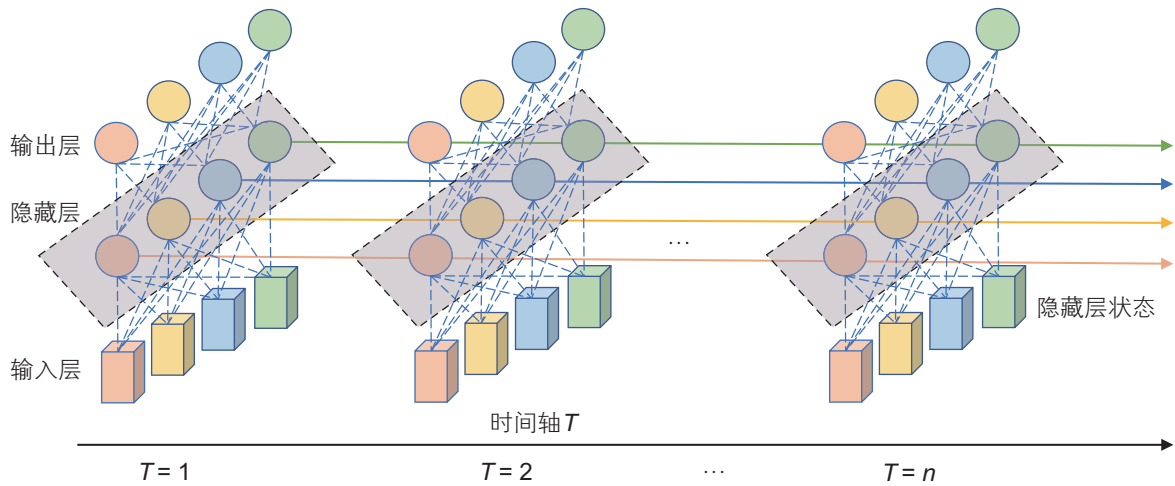


图 18 LSTM 模型结构
Fig. 18 LSTM model structure diagram

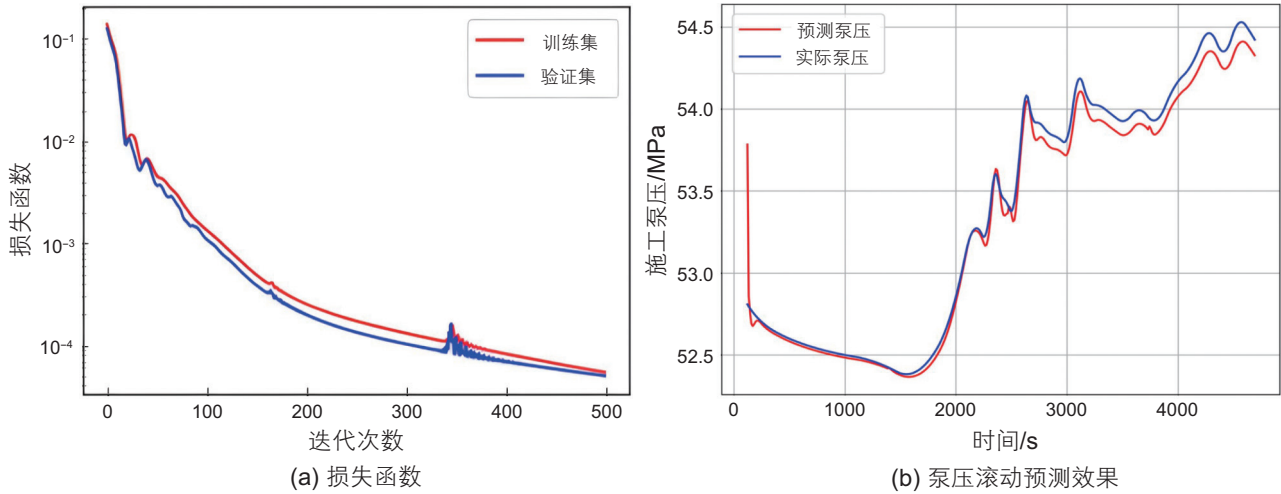


图 19 损失函数及泵压滚动预测效果
Fig. 19 Loss function and rolling prediction effect of pump pressure

3.3 预警方法

一些学者^[4-5]发现不同泵压曲线可反映不同的压裂过程：(1)在排量相对稳定时，压裂施工曲线下降，表明裂缝不断延伸或是沟通了原有的天然裂缝；(2)当泵压曲线稳定斜率近似为零时，表明裂缝的缝宽可能不再增长或是压裂液滤失和注入达到平衡；(3)当泵压曲线形态呈缓慢上升状，表明裂缝向缝长方向延伸，压力波动则反映了同一地层内的非均质性，但并未发生砂堵；(4)当泵压曲线突然急剧上升，变化斜率超过 1 时，此时排量稳定而泵压激增，表明近井地带出现砂堵应立即停止加砂并泵入顶替液。基于上述对压裂施工曲线特征形态的总结(图 20)，利用泵压曲线斜率是否大于 1 作为标准，对压裂砂堵现象进行判别和预警。

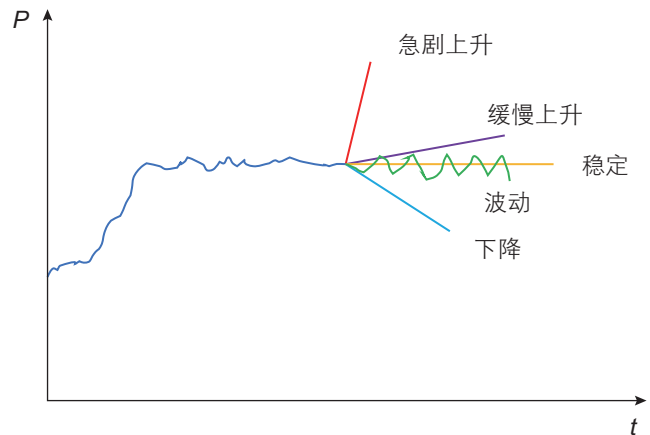


图 20 排量相对稳定时泵压随时间变化曲线^[4]
Fig. 20 Characteristic curve of pump pressure under different perforation numbers in double clusters^[4]

基于此，建立压裂砂堵智能预警流程如图 21 所示。首先，收集压裂施工实时数据并预处理，将实时数据作为 LSTM 模型的训练集进行训练，输出预测泵压曲线后，绘制实时泵压斜率(一阶导数)图版，若斜率图版出现大于 1 值且排量砂浓度无明显变化时，可认为发生了砂堵事故^[3-4]。

4 实例应用

4.1 数据准备

选取某油田 1 口页岩油井压裂过程前 5 h(共 7.1 h)的泵压、排量和砂浓度数据，其随时间变化的秒点数据如图 22 所示，该压裂水平井长 1077.4 m，共压裂

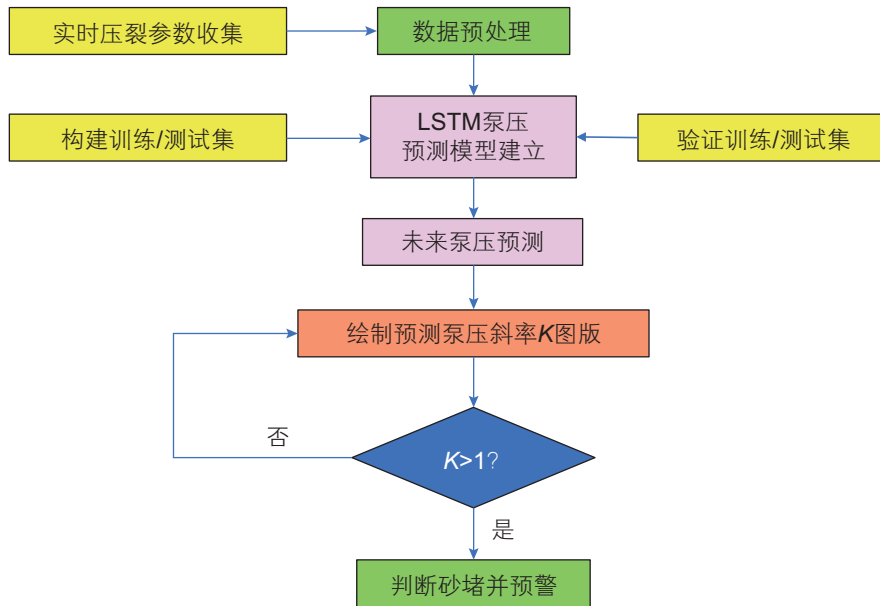


图 21 砂堵智能预警流程

Fig. 21 Intelligent warning process for sand blockage

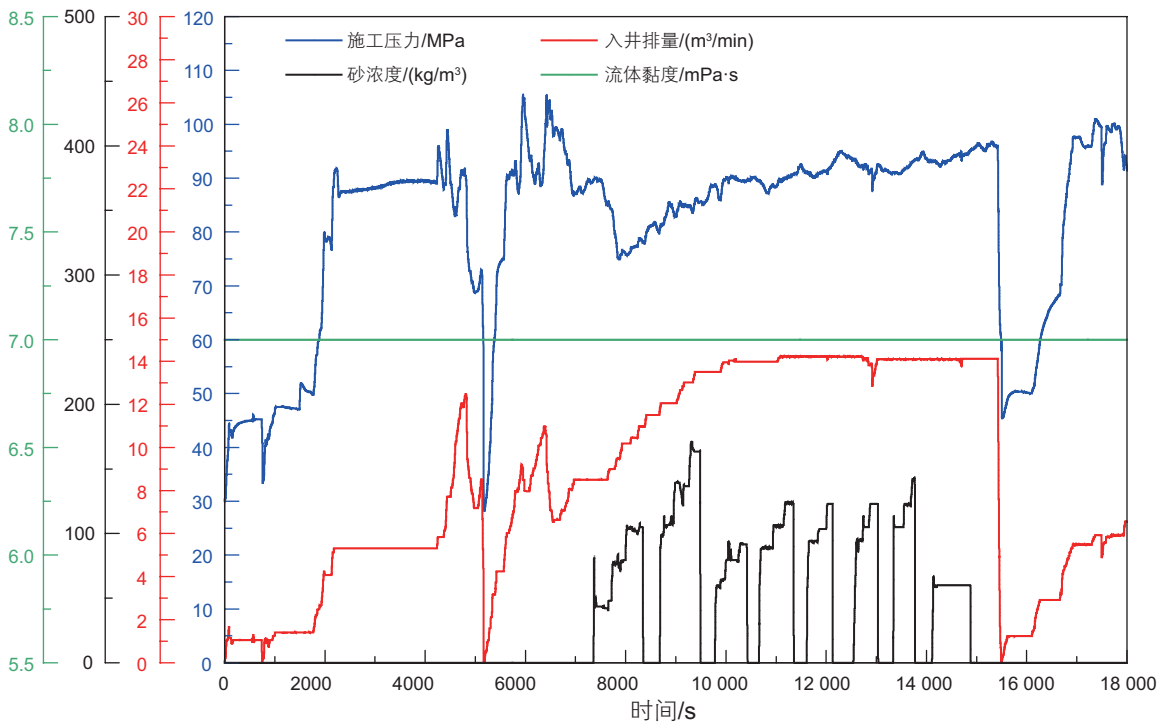


图 22 某页岩油井压裂施工曲线(前 5h)

Fig. 22 Fracturing construction curve for a shale oil well (first 5 h)

20段97簇，泵入排量14~16 m³/min，其基础参数如表4所示。使用建立的砂堵智能预警流程进行泵压数据预测及砂堵预警。

4.2 泵压预测

选取该页岩油井前5h(18 000s)压裂施工数据，建立泵压预测模型，以此部分数据作为训练集对LSTM模型进行训练。预测时所需的输入数据为泵压与压裂施工时间组成的初始序列，序列长度为 P_1 ，模型的损失函数示意图如图23(a)所示。该井的预测泵压数据如图23(b)所示，并绘制预测泵压斜率变化图(图24)。

验证结果表明(如表5所示)，测试集的均方误差

(MSE)为43.73，平均绝对值误差(MAE)为4.87，相对误差(RE)约为6.81%。从预测泵压曲线和真实泵压曲线对比发现，预测泵压与实际泵压基本吻合，较好预测了泵压变化趋势。

4.3 砂堵预警

基于预测的泵压曲线(图23)，绘制泵压曲线斜率变化图，当图版斜率出现大于1值时，可认为发生了砂堵事故。由图24可知，在20,730 s附近发生砂堵。

4.4 结果验证

由图25所示的现场压裂施工曲线可知：(1)发生

表4 实例井基础参数汇总表

Table 4 Summary table of basic parameters for example well

层号	顶层深度/m	底层深度/m	长度/m
1	3478.5	3506.5	28.0
2	3506.5	3563.0	56.5
3	3563.0	3753.5	190.5
4	3753.5	3946.0	192.5
5	3946.0	4120.0	174.0
6	4120.0	4450.5	330.5
7	4450.5	4650.0	199.5

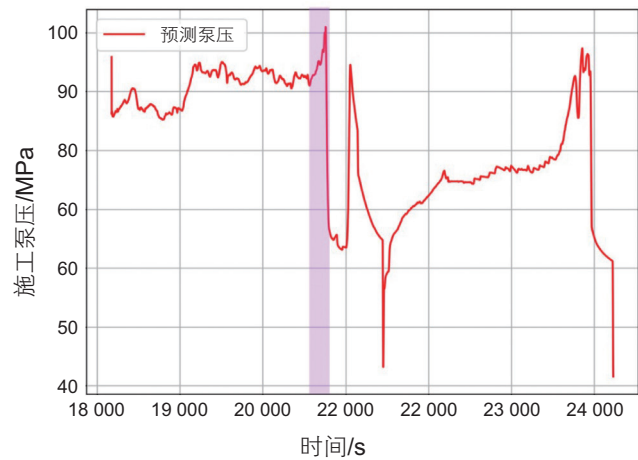
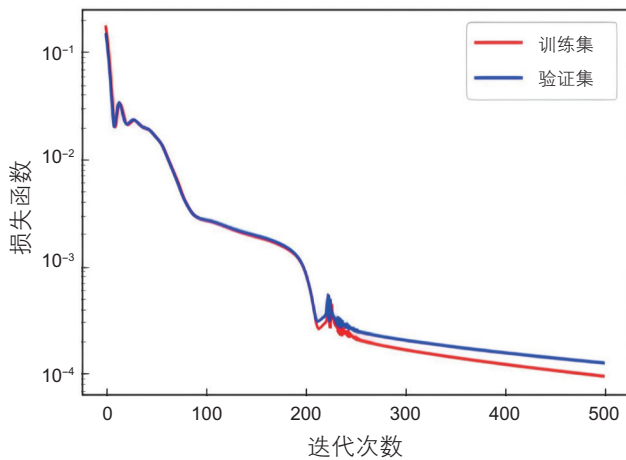


图23 模型损失函数与预测泵压示意图

Fig. 23 Schematic diagram of model loss function and predicted pump pressure and slope

表5 模型评估参数

Table 5 Model evaluation parameters

数据集	MSE	MAE	RE/%
训练集	37.60	3.78	5.52
测试集	43.73	4.87	6.81

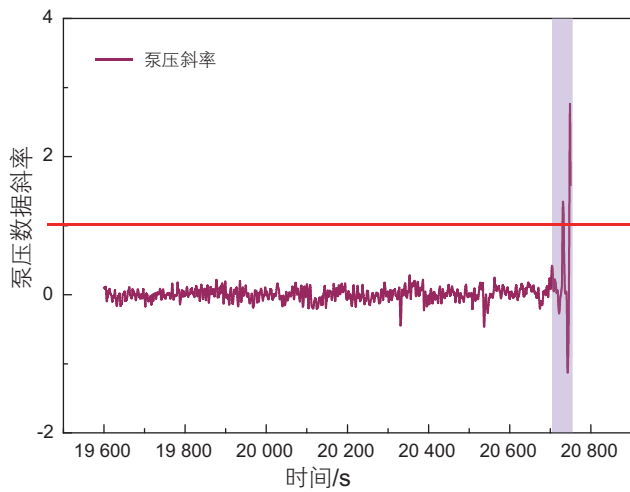


图 24 预测泵压斜率变化图
Fig. 24 Diagram of the slope change for predicted pump pressure

砂堵。泵压急剧上升时，在 20 749 秒显示发生了层内砂堵，现场立即停止加砂(砂浓度降为零)，并泵入顶替液(排量稳定一段时间后降为零)，顶替液注入量约为 1~2 个井筒容积，防止砂埋井筒。操作后施工泵压迅速下降，下降至最低点稳定，此时压力即为停泵压力；(2)确定砂堵。随后，现场进行试注，向地层中挤入少量液体时泵压快速上升，证明此时确实发生了地层内砂堵。(3)砂堵应对。为解决砂堵问题现场开井放喷压裂液，即施工压力降为零，如表 6。现场数据表明，施工过程中砂浓度不高且砂堵前泵压曲线连续波动，说明地层进砂困难，可能是由于压裂支撑剂与地层匹配度不高，可选用小粒径的压裂支撑剂。预测泵压与现场泵压基本吻合，实现了压裂砂堵精确预警。因此，文中砂堵预警方法实用性好，可对压裂砂堵现象进行辨识和预警。

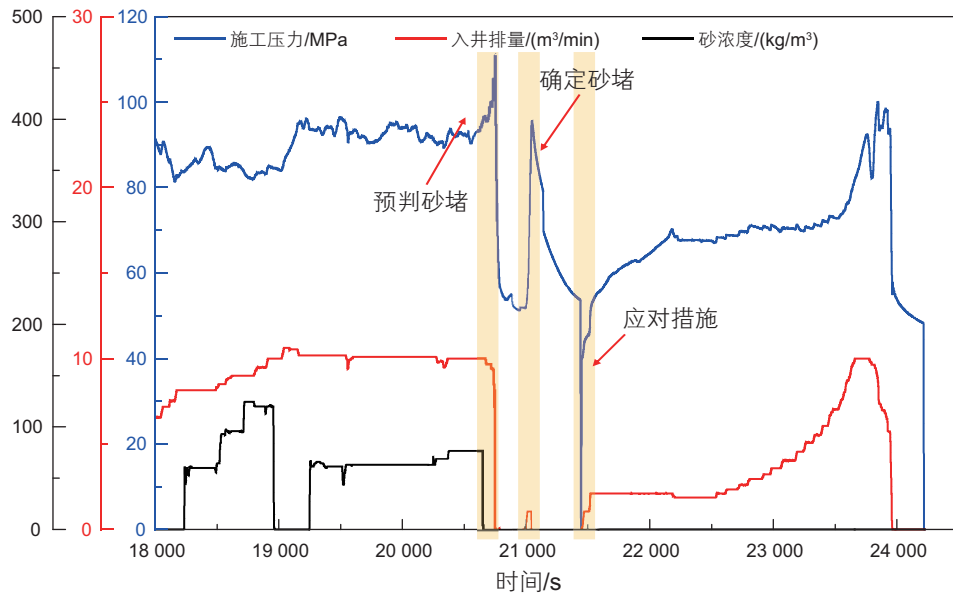


图 25 某页岩油井某段压裂施工曲线(后 2 h)
Fig. 25 Fracturing construction curve for a certain section of a shale oil well (last 2 h)

表 6 砂堵结果验证

Table 6 Result verification of sand plugging

预测砂堵时间/s	实际砂堵时间/s	砂堵特征	备注
20 730	20 749	泵压急剧上升、停止加砂	发生砂堵
		挤入少量液体、泵压快速上升	确定砂堵
		放喷压裂液、施工压力降为零	砂堵应对

5 结论与建议

(1)基于断裂力学理论，采用DDM和三维修正因子计算了考虑力学相互作用的法向位移和剪切位

移，利用最大周向应力理论确定了裂缝扩展方向，采用Kirchoff第二定律计算了施工泵压，借助已有的ZFRAC模拟器开展压裂过程中裂缝扩展问题求解，进行了裂缝张开剪切、应力阴影以及施工泵压的计算。

(2)进行了泵压变化规律的影响因素敏感性分析，

得到泵压变化与压裂施工参数间的关系图版,最后利用灰色关联度分析,得到各参数与泵压之间的相关性分析结果。发现对泵压变化的影响程度由大到小的参数依次是排量、流体黏度、主应力差、砂浓度、裂缝簇数及孔眼数。当其他参数不变时,随着流体黏度、主应力差及排量的增大,施工泵压增加;随着裂缝簇数、孔眼数及砂浓度增加,施工泵压降低。

(3)形成了机理与智能融合的砂堵智能预警方法,将泵压、排量、流体黏度和砂浓度作为LSTM预测模型的输入参数,对压裂施工过程中未来泵压进行预测,相对误差6.8%,建立的砂堵智能预警方法可靠性较好。

(4)将压裂砂堵预测方法应用于矿场实际,结果表明典型井在20 730 s附近发生砂堵预警。现场施工显示,在20 749 s泵压急剧上升,显示发生了层内砂堵,后续挤入少量液体时泵压快速上升,证实发生了砂堵,预测砂堵时间较现场人工识别提前19 s。预测泵压与现场泵压基本吻合,实现了压裂砂堵精确预警,对页岩油气压裂过程中砂堵预警具有良好的借鉴意义。

致谢:感谢UT Austin的Kamy Sepehrnoori教授和中国石油大学(北京)肖聪副教授的研究建议与帮助。感谢美国SimTech公司和北京喀斯特科技有限公司提供的教育版ZFRAC-RE复杂缝网压裂模拟一体化软件技术支持。

参考文献

- [1] 邹才能,董大忠,王玉满,等.中国页岩气特征、挑战及前景(二)[J].石油勘探与开发,2016,43(2):166-178.[ZOU C N, DONG D Z, WANG Y M, et al. Shale gas in China: characteristics, changes and prospects (II) [J]. Petroleum Exploration and Development, 2016, 43(2): 166-178.]
- [2] 赵文智,贾爱林,位云生,等.中国页岩气勘探开发进展及发展展望[J].中国石油勘探,2020,25(01):31-44[ZHAO W Z, JIA A L, WEI Y S, et al. Progress in shale gas exploration in China and prospects for future development[J]. China Petroleum Exploration, 2020, 25(01): 31-44.]
- [3] 肖中海,刘巨生,陈义国.压裂施工曲线特征分析及应用[J].石油地质与工程,2008(05):99-102.[XIAO Z H, LIU J S, CHEN Y G. Analysis and Application of Fracturing Construction Curve Characteristics [J]. Petroleum Geology and Engineering, 2008 (05): 99-102]
- [4] 黄月明.水力压裂加砂施工曲线形态剖析[J].河南石油,2002(05):51-53+1.[HUANG Y M. Analysis of the Morphology of Hydraulic Fracturing with Sand Addition Construction Curve [J]. Henan Petroleum, 2002(05): 51-53+1.]
- [5] 梁顺武,张永成,高海霞,等.东濮凹陷高阻红层压裂砂堵原因分析及对策[J].西部探矿工程,2010,22(8):72-75.[LIANG S W, ZHANG Y C, GAO H X, et al. Analysis and countermeasures for fracturing sand plug causes of high - resistivity red - beds in Dongpu depression[J]. West - China Exploration Engineering, 2010, 22 (8): 72-75.]
- [6] 余东合,梁海波,余曦,等.华北油田水力压裂实时预警系统[J].石油钻采工艺,2015,37(02):85-87.[YU D H, LIANG H B, YU Xi, et al. Real-time warning system for hydraulic fracturing in Huabei Oilfield [J]. Oil Drilling & Production Technology, 2015, 37(02): 85-87.]
- [7] 何智慧,马新仿,熊廷松,等.预测水力压裂井砂堵的新方法[J].科学技术与工程,2014,14(8):156-159.[HE Z H, MA X F, XIONG T S, et al. The New Method for Forecast Sand Plug in Hydraulic Fracture Well [J]. Science Technology and Engineering, 2014, 14 (8): 156-159.]
- [8] 胡瑾秋,张尚尚,曾然,等.基于深度学习的页岩气压裂砂堵事故预警方法[J].中国安全科学学报,2020,30(9):108-114.[HU J Q, ZHANG S S, ZENG R, et al. Early warning method for sand plugging accidents in shale gas fracturing based on deep learning[J]. China Safety Science Journal, 2020, 30 (9): 108-114.]
- [9] 黄平,文超,李忠灿,等.高速铁路列车晚点时间实时预测的神经网络模型[J].中国安全科学学报,2019,29(S1):20-26.[HUANG P, WEN C, LI Z C, et al. A neural network model for real - time prediction of high - speed railway delays[J]. China Safety Science Journal, 2019, 29 (S1): 20-26.]
- [10] ZHANG P, YANG T, LIU Y N, et al. Feature extraction and prediction of QAR data based on CNN - LSTM[J]. Application Research of Computers, 2019, 36 (10): 2 958-2 961.
- [11] WANG J, WANG F, WANG J, et al. Financial time series prediction using elman recurrent random neural networks[J]. Computational Intelligence and Neuroscience, 2016
- [12] 张鑫.基于贝叶斯网络的页岩气压裂作业及关键设备实时风险评估方法研究[D].北京:中国石油大学(北京),2019.[ZHANG X. Research on Real-time risk assessment method for shale gas fracturing operation and key equipment based on Bayesian Network[D]. Beijing: China University of Petroleum (Beijing), 2019]
- [13] 张阳春.国内外石油钻采设备技术水平分析[M].北京:石油工业出版社,2001:223-239,449-465[ZHANG Y C. Analysis of the technical level of domestic and foreign oil drilling and production equipment [M]. Beijing: Petroleum Industry Press, 2001: 223-239,

- 449–465]
- [14] 陈璟, 李沛轩. 压裂酸化施工远程指挥系统应用[J]. 物联网技术, 2018, 8 (10): 84–86. [CHEN L, LI P X. Application of remote command system for fracturing and acidification construction[J]. Internet of Things Technologies, 2018, 8 (10): 84–86.]
- [15] WU K, JON E. OLSON. Simultaneous multifracture treatments: Fully coupled fluid flow and fracture mechanics for horizontal wells[J]. SPE Journal, 2015, 20 (2): 337–346.
- [16] JON E. OLSON, WU K. Sequential versus simultaneous multi-zone fracturing in horizontal wells: Insights from a non-planar, multfrac numerical model[C]. Presented at the SPE Hydraulic Fracturing Technology Conference, The Woodlands, Texas, 6–8 February. SPE 152602–MS. 2012.
- [17] JON E. OLSON. Predicting fracture swarms—The influence of subcritical crack growth and the crack-tip process zone on joint spacing in rock[J]. Geological Society, London, Special Publications, 2004, 231(1): 73–88.
- [18] CROUCH S L. Solution of plane elasticity problems by the displacement discontinuity method[J]. International J. Numerical Methods in Eng. 1976, 10: 301–343.
- [19] ERDOGAN F, SIH G C. On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear[J]. J. Basic Eng. 1963, 519–527.
- [20] CROUCH S L. Solution of Plane Elasticity Problems by the Displacement Discontinuity Method[J]. International J. Numerical Methods in Eng. 1976, 10: 301–343.
- [21] VALKO P AND ECONOMIDES M J. Hydraulic fracture mechanics[M]. New York: John Wiley & Sons, 1995.
- [22] ELBEL J L, PIGGOTT A R, MACK M G. Numerical Modeling of multilayer fracture treatments[C]. Presented at the SPE Permian Basin Oil and Gas Recovery Conference, Midland, Texas, 1992, 18–20 March.
- [23] 郭天魁, 宫远志, 刘晓强, 等. 复杂裂缝中支撑剂运移铺置规律数值模拟[J]. 中国石油大学学报(自然科学版), 2022, 46(03): 89–95. [GUO T K, GONG Y Z, LIU X Q, et al. Numerical simulation of proppant migration and placement in complex fractures [J]. Journal of China University of Petroleum (Natural Science Edition), 2022, 46 (03): 89–95.]
- [24] ZHOU Z Y, KUANG S B, CHU K W, et al. Discreteparticle simulation of particle-fluid flow: model formulations and their applicability[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2010, 661: 482–510
- [25] HOCHREITER S, SCHMIDHUBER J. Long short-term memory[J]. Neural computation, 1997, 9(8): 1735–1780.
- [26] SHOU, K. J. A high order three-dimensional displacement discontinuity method with application to bonded half-space problems[D]. University of Minnesota, Minnesota, 1993.
- [27] 马耕, 张帆, 刘晓, 等. 地应力对破裂压力和水力裂缝影响的试验研究[J]. 岩土力学, 2016, 37(S2): 216–222[MA G, ZHANG F, LIU X, et al. Experimental study of impact of crustal stress on fracture pressure and hydraulic fracture [J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 37(S2):216–222.]
- [28] 张建宁, 孔维军, 周均. 基于灰色关联法的小断块油藏剩余油主控因素研究[J]. 油气藏评价与开发, 2017, 7(05): 32–37. [ZHANG J N, KONG W J, ZHOU J, et al. Study on main controlling factors of small fault block reservoir based on grey relation degree theory[J]. Reservoir Evaluation And Development, 2017, 7(05): 32–37.]
- [29] 邓聚龙. 灰色系统理论教程[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1990. [DENG J L. Grey system theory tutorial[M]. Wuhan: Huazhong University of Technology Press, 1990.]

(编辑 马桂霞)